Versuche über den Rückstoss, den die Kathode bei der Glimmentladung erfährt.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Franz Tuczek
aus Marburg i. H.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Göttingen 1914.
Druck der Dieterichschen Universitäts-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Angenommen von der mathem.-naturwissenschaftlichen Abteilung.

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Dezember 1913.

Referent: Herr Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Riecke.

Inhaltsverzeichnis.

Seite.

I. Einleitung 5
II. Qualitative Versuche 9
III. Versuche mit Radiometerrädchen 12
1. Allgemeine Theorie der Radiometerdrehung 12
2. Theorie der stroboskopischen Messungen 14
3. Formeln für die Berechnung der Beobachtungen 16
4. Die Koeffizienten der Reibung 18
IV. Abhängigkeit der Endgeschwindigkeit von Stromstärke und Gasdruck . . 24
1. Die Versuchsanordnung 24
2. Versuchsergebnisse 25
V. Versuche mit dem Torsionsapparat 27
1. Der Apparat 27
2. Die Messungen 30
VI. Zusammenfassung 35

I. Einleitung.

Seitdem im Jahre 1879 Crookes[1]) das erste elektrische Radiometer konstruierte, weiß man, daß bei nicht zu hohen Gasdrucken die Kathode eines Geißlerrohres während der Glimmentladung eine rückstoßende Kraft erfährt, und daß ein in den Weg der Kathodenstrahlen gestellter Körper von der Kathode abgestoßen und der Anode entgegengetrieben wird. Man betrachtete als die Ursache dieser Kräfte den Stoß bezw. Rückstoß der mit Masse behafteten negativen Elektronen. Die ersten quantitativen Bestimmungen der rückstoßenden Kraft auf die Kathode wurden von Herrn Riecke[2]) im Jahre 1898 ausgeführt durch Beobachtung der Beschleunigung und Endgeschwindigkeit eines Radiometerkreuzes. Um die Größe der von ihm gefundenen Kraft durch den Rückstoß der von der Kathode fortgeschleuderten Elektronen zu erklären, muß man die Annahme machen, daß der Strom, der von diesen Elektronen getragen wird, etwa das 30fache des gesamten Entladungsstromes beträgt. Dieses Resultat läßt es als sicher erscheinen, daß zu dem Stoß der Elektronen noch andere Ursachen hinzukommen. Vor allem kommen thermoradiometrische Kräfte in Betracht, da die Oberfläche einer Kathode durch die Entladung beträchtlich erwärmt wird.

Um die Radiometerwirkungen, wie auch die Wirkungen des vor der Kathode befindlichen elektrostatischen Feldes, auszuschließen, ließ H. Starke[3]) den Kathodenstrahl durch ein Diaphragma auf ein sehr empfindliches Torsionssystem auffallen. Außerdem maß er nicht den gesamten Entladungsstrom, sondern den auf das Torsionssystem fallenden wirksamen Kathodenstrahlstrom, um daraus und aus dem Entladungspotential den zu erwartenden Druck des Kathodenstrahlbündels zu berechnen. Zu quantitativen Messungen

1) Crookes, Phil. Trans. 1879, I, p. 140.
2) E. Riecke, W. A. 1898, 66, p. 954.
3) H. Starke, Ann. 1900, 3, p. 101.

waren die erhaltenen Ausschläge zu inkonstant. Herr Starke fand, daß die ausgeübte Kraft bei seinen Versuchsbedingungen kleiner als 10^{-4} Dyne war, während der berechnete Wert $3{,}4 \cdot 10^{-6}$ Dyne betrug. Im Mai 1913 erschien noch eine Arbeit von Herrn von Angerer[1]), der eine ähnliche Versuchsanordnung wie Herr Starke verwendete, und um die Störungen durch Radiometerkräfte zu vermeiden, bei möglichst hohem Vacuum arbeitete. Da er bei diesen hohen Verdünnungen zur Einleitung der Entladung eine Wehneltkathode benutzen mußte, die durch ihre hohe Temperatur gerade wieder die auszuschließenden Störungen begünstigte, bog er den Kathodenstrahl mittelst eines Magnetfeldes um 90° um, sodaß die von der heißen Kathode ausgesandten Gasmoleküle, deren mittlere Weglänge bei dem kleinen Gasdruck groß war gegen die Gefäßdimensionen, die Torsionswage nicht treffen konnten, sondern von gekühlter Kokosnußkohle absorbiert wurden. Auch Herr von Angerer kam noch zu keinem endgültigen Resultat. Der kleinste von ihm erhaltene Wert übertrifft den berechneten noch um das dreifache.

Während also die beiden zuletzt erwähnten Arbeiten darauf ausgingen, den Druck der auffallenden Kathodenstrahlen, abgesondert von allen sonst noch in Betracht kommenden Wirkungen, zu messen, ist es das Ziel der vorliegenden Arbeit, im Anschluß an Herrn Rieckes Versuche, die Abhängigkeit der auf die Kathode ausgeübten Repulsion von Gasdruck, Stromstärke und Art der Versuchsanordnung zu untersuchen und Anhaltspunkte über die Art der auftretenden Kräfte zu finden.

Außer den oben bereits genannten Kräften: Druck der Kathodenstrahlen, Radiometerkräfte und Wirkungen des elektrostatischen Feldes, kommen noch in Betracht: Druck der auf die Kathode zufliegenden positiven Ionen und der von ihnen durch Reibung mitgenommenen neutralen Gasmoleküle, thermische Strömungen, die durch Dichteunterschiede des an verschiedenen Stellen verschieden stark erwärmten Gases hervorgerufen werden, und der hydrostatische Druck, der durch Einwirkung des elektrischen Feldes auf die positiv geladene Gasmasse entsteht, analog wie die Schwerkraft einen Druckgradienten in der Atmosphäre hervorruft. Schließlich mag auch noch der Lichtdruck erwähnt werden, doch kann dieser seiner Kleinheit wegen von vornherein unberücksichtigt bleiben. Es möge nun versucht werden, die übrigen aufgeführten Wirkungen ihrer Größe nach gegen einander abzuschätzen.

---

1) E. v. Angerer, Ann. 1913, 41, p. 1.

Für den Druck der Kathodenstrahlen hat Herr Riecke unter der Annahme, daß die von einer ebenen Kathode ausgehenden Elektronen das ganze Kathodengefälle V_0 ungehindert durchlaufen, die Formel abgeleitet:

$$P = \varepsilon N . \sqrt{2 \cdot V_0 \cdot \frac{\mu}{\varepsilon}}$$

wo ε die statische Ladung, μ die Masse eines Elektrons und N die Zahl der in der Zeiteinheit von der Kathode ausgesandten Elektronen bedeuten. $\varepsilon . N$ ist also die elektrostatisch gemessene Stromstärke. Daß der hiernach berechnete Druck gegen den beobachteten verschwindet, geht aus den Versuchen der Herrn Riecke und Starke hervor, wobei noch zu bemerken ist, daß der von den Kathodenstrahlen mitgeführte Strom in Herrn Rieckes Versuchen wahrscheinlich nur einen kleinen Teil des gesamten Entladungsstromes ausmachte.

Um zu einer Schätzung des Druckes der positiven Ionen zu gelangen, möge zunächst angenommen werden, daß sie den ganzen Entladungsstrom tragen, daß sie das ganze Kathodengefälle ungehindert durchlaufen und von der Kathode nicht reflektiert werden, und daß ihre Masse im Mittel 15000 mal so groß ist wie die Masse eines Elektrons, wie es in Luft etwa der Fall sein würde, wenn nur einatomige Ionen vorhanden sind. Unter diesen Voraussetzungen berechnet sich ihr Druck für einen bestimmten Fall ($I = 345 . 10^{-6}$ Ampère $V_0 = 570$ Volt, zu 0.34 Dynen. Beobachtet würde: $P = p . Q = 1.09$ Dyne (bei einem Gasdruck von 0.03 mm Hg.) Hiernach könnte es scheinen, als ob der Kanalstrahlendruck einen wesentlichen Teil der Gesamtwirkung ausmachen könnte, jedoch ist bei den hier angewandten Gasdrucken (2—0,02 mm) sicherlich keine der gemachten Voraussetzungen erfüllt, vor allem wird das Kathodengefälle nicht frei durchflogen, sodaß man wohl annehmen darf, daß der Druck der positiven Ionen höchstens einige Prozente der beobachteten Kraft ausmacht.

Was nun die Luftströmungen angeht, so konnte Hull[1]) sie bei seinen Lichtdruckversuchen noch bis zu Drucken von einigen Millimetern Hg feststellen. Nach den Crookesschen[2]) Versuchen, bei denen er das Radiometer mit einer im Inneren der evacuierten Glaskugel liegenden, elektrisch geheizten Drahtschleife bestrahlte, treten Strömungen bei 1 mm Druck nicht mehr auf. Einige Ver-

1) Hull, Phys. Rev. 20, 1905, p. 292.
2) Crookes, Phil. Trans. 169, 1878, p. 307.

suche des Verfassers sprechen dafür, daß auch bei diesem Druck Luftströmungen eine wesentliche Rolle spielen können, wenigstens bei großen Stromstärken. Jedenfalls nehmen sie aber mit zunehmender Evakuation schnell ab. Ihre Wirkung wird außerdem um so kleiner sein, je größer das Vacuumgefäß ist. Im übrigen hängt sie von der Form des Radiometers ab, vor allem von einer etwaigen Neigung seiner Flächen gegen die Vertikale. Bei senkrecht stehenden Flächen wird sie im Allgemeinen nicht auftreten.

Die Zunahme des hydrostatischen Druckes und der durch Reibung bewirkte Massentransport nach der Kathode hin (zusammen mit den an der Kathode sich ansammelnden, aus positiven Ionen gebildeten Molekülen) müssen auf der Seite der Kathode eine Erhöhung des Gasdruckes erzeugen, der von Herrn J. Stark[1]) bei Drucken unter 0.09 mm auch wirklich experimentell festgestellt wurde, indem er Anode und Kathode durch eine Kapillare trennte, um Druckausgleichungen zu verhindern. Doch dürfte auch der Druck der auf die Kathode zuströmenden Gasmasse bei den vorliegenden Versuchen sehr klein gewesen sein infolge der starken Streuung, da die mittlere Weglänge eines Gasmoleküls bei dem niedrigsten vom Verfasser erreichten Gasdruck nur etwa 2 mm betrug. Die hydrostatische Druckzunahme nimmt jedenfalls mit steigendem Vakuum ab. In den Versuchen, die Herr Warburg[2]) zur Messung der elektrostatischen Anziehung der Kathode bei Drucken von 0.6 bis 5 mm anstellte, machte sie sich nicht geltend.

Wenn endlich die Resultate der zuletzt erwähnten Versuche zur Beurteilung der Wirkung des statischen Feldes auf die Kathode in der vorliegenden Arbeit herangezogen werden, so sei von vornherein bemerkt, daß sie nicht unmittelbar übertragen werden können. Denn bei Herrn Warburgs Versuchen war dafür gesorgt, daß auf der Rückseite der Kathode kein Feld auftrat, während bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten Radiometerflügeln ein solches Feld hinter der ausstrahlenden Fläche nicht vermieden wurde und der anziehenden Kraft des Feldes vor der Kathode ein Feld hinter der Kathode entgegenwirkte. Bei den Radiometern, die auf der Rückseite mit Glimmer bedeckt waren, kommen noch die Ladungen auf dem Glimmer in Betracht. Befindet sich das Radiometer nicht in einem Faradayschen Käfig, sondern in einer engen Glaskugel, so wird das elektrische Feld auch durch Wandladungen stark beeinflußt. Herr Warburg fand eine Anziehung

1) J. Stark, Boltzmannfestschrift, p. 399.
2) Warburg, Ann. 45, 1892, p. 1.

von 0.1 bis 5.9 Dynen bei Stromstärken von 0.2 bis 4.9 Milliampère, während die vom Verfasser gemessene rückstoßende Kraft im Maximum etwa 7.7 Dyne [1]) betrug (bei $2.78 \cdot 10^{-3}$ Ampère Stromstärke und 0.051 mm Gasdruck. Vgl. Tab. XVIII, 1^{00}h.)

Herr Warburg fand ferner bei normaler Stromdichte eine Abnahme der Anziehung mit abnehmendem Gasdruck. Doch kann auch dieses Resultat nicht ohne weiteres übertragen werden, da bei den Beodachtungen des Verfassers die Stromdichte fast durchgehends anormal war. Immerhin sieht man, daß die statische Anziehung von derselben Größenordnung sein kann wie die gemessene rückstoßende Kraft. In der Tat wurde vom Verfasser, wie auch von anderen Autoren, bei großen Gasdrucken eine Anziehung beobachtet. Herr Puluj [2]) erwähnt einen Versuch, bei dem sich ein elektrisches Radiometer selbst bei einem Druck von 0.04 mm mit der Aluminiumseite voran drehte, solange es unter Strom stand, und erst den Drehsinn umkehrte, nachdem der Strom unterbrochen war.

Als Resultat der vorstehenden Überlegungen wäre also zu betrachten, daß bei weitem der größte Teil der auf die Kathode wirkenden rückstoßenden Kräfte den thermischen Radiometerwirkungen zugeschrieben werden muß, daß diese aber ganz oder teilweise durch die elektrostatische Anziehung aufgehoben werden können.

II. Qualitative Versuche.

Im folgenden werden einige Versuche mitgeteilt, die zur allgemeinen Orientierung angestellt wurden und eine Bestätigung der vorstehenden Ausführungen liefern. Es standen zur Verfügung drei von Gundelach fertig bezogene und zu Demonstrationszwecken konstruierte Radiometer. Das erste war ein Radiometerkreuz mit vier ebenen, senkrecht stehenden Aluminiumflügeln, die einseitig mit Glimmer bedeckt waren, in einer Glaskugel von $7^1/_2$ cm Durchmesser. Der Durchmesser des Rädchens betrug 4.6 cm. In der Mitte trug es ein Metallhütchen, mit dem es sich auf einer Nadelspitze drehen konnte. Durch Nadel und Hütchen wurde auch der Strom zugeleitet. Das zweite Radiometer besaß nur 2 Flügel, die

---

1) Dieser Wert kann infolge der unsicheren Bestimmung des Reibungskoeffizienten (siehe weiter unten) um etwa 100 % vom richtigen Wert abweichen, was aber für die hier angestellten Betrachtungen nicht ins Gewicht fällt.

2) Puluj, Wiener Ber. 1880, 81, p. 907.

auf keiner Seite ein Glimmerblättchen trugen, sondern zu Halbzylindern mit senkrechter Axe gebogen waren. Ein solches Radiometer dreht sich auch unter dem Einfluß von Lichtstrahlen, wie bereits Crookes zeigte, und zwar mit der konkaven Seite voran. Diese Wirkung ist dem größeren Temperaturgefälle auf der konvexen Seite zuzuschreiben[1]). Crookes erklärt sie durch die günstigere Stellung der Flügel zu der sie umgebenden Glaswand. Daß die Wirkung durch die vorteilhaftere Stellung zur Glaswand erhöht wird, ist sicher, doch tritt sie auch bei weit entfernter Wand ein. Im übrigen war dieses Radiometer wie das erste konstruiert. Das dritte Exemplar besaß ein feststehendes Rädchen mit vier auf der Rückseite mit Glimmer versehenen Aluminiumflügeln, die gegen die Horizontale um 45 Grad geneigt waren. Einige Millimeter von der unteren Kante der Flügel entfernt befand sich eine ebene Glimmerscheibe, die sich mit einem Glashütchen auf einer Nadel drehen konnte. Ihre obere Fläche war mit verschieden fluoreszierenden Substanzen bestrichen. Die zweite Elektrode, die aus einem Draht gebildet wurde, befand sich in einem Ansatzrohr, bei 1 und 2 oben, bei 3 unten. Das Vakuum konnte aus der Entladungsspannung auf etwa 0.02 mm Hg geschätzt werden.

Mit einem Induktorium betrieben, drehte sich Rädchen 1 nur, wenn es Kathode war, und nur dann, wenn man die Glaskugel mit der Hand umfaßte, oder einen zur Erde abgeleiteten Blechring um ihren Äquator legte, und zwar im positiven Sinne, d. h. mit zurückweichender Aluminiumfläche. Damit ist eine Einwirkung der Wandladungen bewiesen. Wurde der Strom einer Hochspannungsbatterie durch den Apparat geschickt, so kam das Kreuz auch ohne Anlegen der Hand zur Rotation bei einer Stromstärke von etwa $2 . 10^{-3}$ Ampère. Bei kleineren Stromstärken kam es zum Stillstand, solange die Entladung ruhig war. Dagegen rotierte es wieder bei sehr kleinem Strom ($0.06 - 10^{-3}$ Amp.), wenn die Entladung flackerte. Dies Verhalten ist so zu erklären, daß durch die unruhige Entladung die Nadelspitze in Schwingungen gerät, und das Rädchen für kurze Zeit von der Spitze abgehoben wird, wodurch sich die Reibung vermindert. Jeannel[2]) beobachtete, daß bei sehr schwacher Beleuchtung ein auf einer Orgel stehendes Radiometer zu rotieren begann, sobald ein Ton erklang. Das Radiometer 1 wurde später aus dem Glasgefäß herausgenommen und unter einer Glocke in einen Faradayschen Käfig gesetzt, der

1) Maxwell, Scient. Pap. II, 681.
2) Jeannel, Phil. Mag. (5) II, 1876, p. 320.

Anode war, eine Anordnung, die weiter unten näher beschrieben wird. Es wurden einige Versuche bei variiertem Gasdruck gemacht. Bei einem Drucke von 5 mm konnte außer einer einmaligen kurzen Bewegung im positiven Sinne keine Wirkung gefunden werden. Bei 2.64 mm und 44.8 Milliampère konnte beim Beklopfen der Glocke mit der Hand eine Neigung zu positiver Rotation konstatiert werden. Bei 1.78 mm und derselben Stromstärke trat auch noch keine dauernde Rotation ein. War der Gasdruck 0.67 mm, so kam eine lebhafte Rotation zustande. Mit einem kleineren, ebenso konstruierten Rädchen in der gleichen Anordnung wurde bei großem Gasdruck negative Rotation beobachtet, die bei weiterem Auspumpen über Stillstand in positive Drehung überging. Ferner fand bei konstantem Gasdruck (0.99 mm) bei einer bestimmten Stromstärke negative, bei größerer Stromstärke positive Rotation statt. Diese Versuche zeigen die Wirkung der beiden entgegengesetzten Effekte, der elektrischen Anziehung und der radiometrischen Abstoßung. Es wurden noch einige Versuche gemacht, bei denen das Rädchen mit dem positiven Pol einer Batterie verbunden war, während der Faraday-Käfig als Kathode fungierte. Bei Gasdrucken von 5—0.67 mm zeigte sich kein Effekt, bei 0.14 mm und großer Stromstärke trat positive Rotation mit einer Geschwindigkeit von 7.7 Touren pro Sekunde ein. Mit einer später zu beschreibenden Torsionswage konnte bei 0.18 mm ein Druck von 0.7 Dynen gemessen werden. Die hierbei verwendeten Stromstärken waren aber erheblich größer als alle bei umgekehrter Stromrichtung angewendeten, und es ist zweifelhaft, ob die Wirkung von einer direkten Erwärmung der Anode oder der stark erhitzten Kathode herrührt.

Das Rädchen mit halbzylindrischen Flügeln drehte sich in der von Gundelach gelieferten Verfassung unter Einwirkung des von dem Induktorium gelieferten Stromes überhaupt nicht. Erst nach Ausschalten des Stromes machte es einige Umdrehungen. Doch konnte man es, solange die Entladung hindurchging, durch Umfahren der Glaskugel mit dem Finger zur Rotation bringen (Kapazitätswirkung). Die Batteriespannung genügte nicht, um einen Strom hindurchzusenden. Bei mäßigerem Vakuum zeigte es immer positive Rotation (d. h. unter Vorangehen der konkaven Seite), die beim Anlegen der Hand an das Glasgefäß zugleich mit der Stromstärke zunahm. Wurde in dem Torsionsapparat das aufgehängte System mit dem positiven Pole der Batterie verbunden, so konnte bei sehr großen Stromstärken auch mit halbzylindrischen

Flügeln ein bedeutender Effekt erzielt werden. So wurden bei 0.153 mm Gasdruck 0.215 Dyne, bei 0.0624 mm 0.35 Dyne gemessen.

Mit dem dritten Apparat wurden übereinstimmende Resultate nicht erzielt. Die Glimmerscheibe drehte sich bald im positiven, bald im negativen Sinne, bald wechselte sie den Drehsinn bei Umkehrung der Stromrichtung, bald nicht. Da dieses Verhalten auf Ladungen auf der rotierenden Scheibe zurückgeführt wurde, so wurde ein ähnlicher Apparat gebaut, bei dem die Glimmerscheibe durch eine Aluminiumscheibe ersetzt wurde, die als zweite Elektrode fungierte. Aber auch hier wechselte der Rotationssinn bei Drucken von etwa 1 mm Hg, und zwar kamen beide Richtungen bei jeder Stromrichtung vor. Diese Tatsache ist wohl nur durch das Auftreten von Luftströmungen zu erklären. In der Tat wurden bei höherem Vakuum nur noch positive Drehungen beobachtet, die mit zunehmendem Druck immer langsamer wurden, und bei 0.22 mm nur noch durch dauerndes Klopfen an die Glasglocke aufrecht erhalten werden konnten. Bei diesen zuletzt erwähnten Versuchen war die Anordnung allerdings insofern etwas verändert, als das Flügelrädchen sich unter (nicht über) der rotierenden Scheibe befand. Doch sollten gerade bei dieser Anordnung Konvektionsströmungen stärker zur Geltung kommen. Es ist also anzunehmen, daß Konvektionsströmungen bei 1 mm noch auftreten können, mit fallendem Druck aber bald verschwinden.

III. Versuche mit Radiometerrädchen.

1. Allgemeine Theorie der Radiometerdrehung.

In der oben angeführten Arbeit hat Herr Riecke folgende Bewegungstheorie des Radiometerkreuzes entwickelt:

Ist $\mathfrak{M}$ das Trägheitsmoment des Kreuzes, p der Druck der Kathodenstrahlen pro Flächeneinheit, l der Hebelarm, an dem dieser Druck wirkt, Q die gesamte Flügelfläche, ϱ der Koeffizient des Reibungswiderstandes, der mit der Winkelgeschwindigkeit proportional angenommen wird, endlich φ der Drehungswinkel, so lautet die Bewegungsgleichung:

$$1) \qquad \mathfrak{M}\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \varrho\frac{d\varphi}{dt} = p \cdot Q \cdot l.$$

Durch Integration erhält man:

$$2) \qquad \varphi = \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} \cdot t - \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\varrho} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\varrho}{\mathfrak{M}} \cdot t}\right)$$

und:

3) $$\alpha = \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho},$$

wenn unter α die konstante Endgeschwindigkeit verstanden wird. 3) in 2) eingesetzt ergibt:

4) $$\varphi = \alpha t - \alpha \frac{\mathfrak{M}}{\varrho}\left(1 - e^{-\frac{\varrho}{\mathfrak{M}} t}\right).$$

Für sehr große Werte von t geht diese Gleichung über in die Gleichung der Geraden:

5) $$\varphi = \alpha \cdot \left(t - \frac{\mathfrak{M}}{\varrho}\right),$$

die die t-Axe in dem Punkte:

6) $$t_0 = \frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$$

und die φ-Axe in dem Punkte:

7) $$\varphi_0 = -\alpha \frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$$

schneidet. Aus Gleichung 4) erhält man noch folgenden Ausdruck für das Verhältnis von Trägheitsmoment zum Reibungskoeffizienten:

8) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln \dfrac{\alpha \dfrac{\mathfrak{M}}{\varrho}}{\alpha \dfrac{\mathfrak{M}}{\varrho} + \varphi - \alpha t}}.$$

Nach Unterbrechung des Stromes läuft das Rädchen immer langsamer und bleibt dann plötzlich stehen. Daraus muß auf das Vorhandensein auch einer statischen Reibung geschlossen werden. Nennt man sie P, so lautet die Bewegungsgleichung bei verschwindender Bewegung:

9) $$\mathfrak{M} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \varrho \frac{d\varphi}{dt} + P = 0$$

und ihr Integral:

10) $$\varphi = \frac{\mathfrak{M}}{\varrho}\left(\alpha + \frac{P}{\varrho}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\varrho}{\mathfrak{M}} t}\right) - \frac{P}{\varrho} \cdot t.$$

Dabei ist die Zeit vom Moment der Stromunterbrechung an ge-

rechnet. Ist P klein gegen ϱ, so kann man bei nicht zu großen Werten von t statt 10) schreiben:

$$11) \qquad \varphi = \frac{\mathfrak{M}}{\varrho} \cdot \alpha \cdot \left(1 - e^{-\frac{\varrho}{\mathfrak{M}} t}\right).$$

Für große t erhält man, falls diese Gleichung dann noch gelten würde:

$$12) \qquad \varphi_\infty = \alpha \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\varrho}.$$

φ_∞ kann auf graphischem Wege, wenigstens angenähert, gefunden werden. Aus 11) und 12) erhält man:

$$13) \qquad \frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln \frac{\varphi_\infty}{\varphi_\infty - \varphi}}.$$

Aus den Formeln 6), 7), 8), 12) und 13) kann $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ berechnet werden. und zwar liefern 6), 7) und 12) Mittelwerte über den ganzen Verlauf der Bewegung, während 8) und 13) Mittelwerte vom Anfang der Beobachtung bis zu einer beliebigen Zeit t geben. Hat man $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ mittels dieser Formeln und das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ nach irgend einer Methode bestimmt, so folgt der Druck der Kathodenstrahlen aus:

$$14) \qquad p = \alpha \frac{\varrho}{\mathfrak{M}} \cdot \frac{\mathfrak{M}}{Q \,.\, l}.$$

2. Theorie der stroboskopischen Messungen.

Da man ein vierflügeliges Radiometer nur bis zu einer Tourenzahl von etwa 2 Touren in der Sekunde mit dem Auge zu verfolgen imstande ist, während erheblich größere Winkelgeschwindigkeiten vorkommen können, so wurde in der vorliegenden Arbeit zur Messung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und des gesamten zuzückgelegten Winkels φ die Beobachtung durch eine mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_s rotierende Stroboskopscheibe benutzt. Um die hierfür in Betracht kommenden Formeln zu entwickeln, möge zunächst angenommen werden, daß die Stroboskopscheibe nur ein Loch enthält und der beobachtete Körper, in unserem Falle das Radiometer, keine durch seine Rotationsaxe gehende Symmetrieebene besitze. Haben dann beide dieselbe Geschwindigkeit, ist also $\dot{\varphi} = \omega_s$, so wird sich das Radiometer bei jedem

Vorbeigange des Loches vor dem Auge des Beobachters in derselben Lage befinden, also zu stehen scheinen. Hat dagegen die Scheibe n Löcher, die in gleichen Abständen auf der Peripherie verteilt sind, so wird das Rädchen n mal so schnell laufen müssen als die Scheibe, damit es scheinbar steht. Es ist also dann:

$$\dot{\varphi} = n \,.\, \omega_s.$$

Besitzt nun das Radiometer m gleichartige Flügel, die um gleiche Winkel versetzt sind, so kommt es schon nach $\frac{1}{m}$ Umdrehung mit sich zur Deckung. Es braucht daher nur m mal langsamer zu rotieren, damit seine scheinbare, d. h. die durch die rotierende Scheibe beobachtete Geschwindigkeit gleich Null ist In diesem Falle ist:

$$\dot{\varphi} = \frac{n}{m}\,\omega_s.$$

Schließlich wird es aber auch bei jedem ganzen Vielfachen dieser Geschwindigkeit zu stehen scheinen, also immer, wenn gilt:

$$\dot{\varphi} = k\,\frac{n}{m}\,\omega_s,$$

wo k eine beliebige ganze Zahl ist. Durch Vergrößerung von n und ω_s kann man immer erreichen, daß $k = 1$ ist. Macht man ω_s doppelt so groß, als dem Werte $k = 1$ entspricht, so scheint das Radiometer auch zu stehen, aber man sieht die doppelte Flügelzahl, als in Wirklichkeit vorhanden ist. Darin besitzt man ein einfaches Kriterium dafür, wann $k = 1$ ist.

Ist bei gegebenem k, n, m und ω_s die scheinbare Geschwindigkeit des Radiometers gleich Null, so dreht es sich um den Winkel $\frac{k}{m}$ in derselben Zeit, in der das Stroboskop von einem Loch zum nächsten fortschreitet. Ist aber die Geschwindigkeit des Radiometers ein wenig größer, so wird der in dieser Zeit zurückgelegte Winkel um einen bestimmten Betrag φ' vermehrt, sodaß er jetzt $\frac{k}{m} + \varphi'$ beträgt. Der in der Zeiteinheit beschriebene Winkel beträgt in diesem Falle:

15) $$\dot{\varphi} = k\,\frac{n}{m}\,\omega_s + \varphi' \,.\, n \,.\, \omega_s = \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}'.$$

Der zweite Teil

$$\varphi' \,.\, n \,.\, \omega_s = \dot{\varphi}'$$

ist die scheinbare Geschwindigkeit des Rädchens. Seine wirkliche

Geschwindigkeit setzt sich also zusammen aus der durch die rotierende Scheibe beobachteten und dem oben abgeleiteten Term: $k \frac{n}{m} \omega_s$. Dabei ist zu beachten, daß $\dot{\varphi}'$ auch negative Werte annehmen kann. Beobachtet man bei nicht zu großem n und ω_s das Radiometer durch die Stroboskopscheibe, wenn es von der Geschwindigkeit Null beginnend beschleunigt wird, bis es schließlich seine Endgeschwindigkeit erreicht, so sieht man es sich zunächst mit zunehmender Geschwindigkeit drehen, und zwar in demselben Sinne, in dem es sich in Wirklichkeit dreht (der als positiv bezeichnet werden möge), dann kommt ein Augenblick, in dem man den Sinn der Drehung nicht erkennen kann, indem das Rädchen bald vorwärts, bald rückwärts zu laufen scheint, darauf setzt eine negative Rotation ein, die immer langsamer wird, bis die scheinbare Geschwindigkeit Null geworden ist. In diesem Moment hat k den Wert 1. Dasselbe Spiel wiederholt sich so lange, bis die Endgeschwindigkeit α des Radiometers erreicht ist. Bei jedem folgenden scheinbaren Stillstand ist k um 1 gewachsen, zugleich wird die Zu- und Abnahme der scheinbaren Geschwindigkeit immer langsamer.

Die scheinbare Geschwindigkeit wurde mit einem Chronographen gemessen, indem jede ganze Umdrehung registriert wurde. Auf diese Weise konnte bei konstanter Tourenzahl der Scheibe die Geschwindigkeit des Rädchens zu jeder beliebigen Zeit bestimmt werden.

3. Formeln für die Berechnung der Beobachtungen.

Der ganze bis zur Zeit t zurückgelegte Winkel ergibt sich durch Integration der Gleichung:

$$\dot{\varphi} = k \frac{n}{m} \omega_s + \dot{\varphi}'$$

zu:

$$\varphi = k \cdot \frac{n}{m} \cdot \omega_s \cdot t + \varphi',$$

wenn man zur Zeit $t = 0$ φ und φ' gleich Null setzt. Der Winkel φ kann aus den Aufzeichnungen des Chronographen gefunden werden, wobei nur darauf zu achten ist, daß für k jedesmal der richtige Wert eingesetzt wird und die Anzahl der scheinbaren Umdrehungen, die in negativem Sinne erfolgten, auch als negativ in Rechnung gesetzt werden. Die Berechnung des Winkels φ' unterliegt einer Ungenauigkeit dadurch, daß die Anzahl der

Umdrehungen, die während der Zeit stattfinden, in der der Sinn der scheinbaren Rotation unbestimmt ist, und die beträchtlich werden kann, wenn das Radiometer seine Endgeschwindigkeit fast erreicht hat, nur durch Interpolation gefunden werden kann. Zur Berechnung von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ kann auch die folgende Formel 16) benutzt werden, die man erhält, wenn man 1) einmal integriert und für $p\frac{Q \cdot l}{\mathfrak{M}}$ den Wert $\alpha\frac{\varrho}{\mathfrak{M}}$ aus 14) einsetzt:

16) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = (\alpha t - \varphi) \cdot \frac{1}{\dot{\varphi}},$$

wo $\dot{\varphi}$ die Geschwindigkeit des Rädchens zur Zeit t bedeutet. In dieser Formel ist $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ explizite durch die zu jeder beliebigen Zeit gemessenen Größen φ und $\dot{\varphi}$ ausgedrückt.

Wurde auch die scheinbare Geschwindigkeit so groß, daß die einzelnen Umdrehungen nicht mehr verfolgt werden konnten, so wurden nur die Zeiten, in denen scheinbarer Stillstand eintrat, registriert. In diesem Falle ist φ unbekannt, und es kann zur Berechnung von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ folgende Gleichung benutzt werden, die φ nicht mehr enthält und durch Einsetzen von 16) in 8) hervorgeht:

17) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln\frac{\alpha}{\alpha - \dot{\varphi}}}.$$

Um etwaige Unterschiede der nach diesen Formeln berechneten Werte von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ deutlicher hervortreten zu lassen, kann es von Vorteil sein, Mittelwerte über kleinere Zeiten zu erhalten. Man erreicht dies, indem man den Anfangspunkt des Koordinatensystems an einen beliebigen Punkt legt und die Geschwindigkeit $\dot{\varphi}_0$ zur Zeit $t = 0$ einführt. Man erhält so für 16) und 17) die beiden Gleichungen:

18) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{\alpha t - \varphi}{\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_0}$$

und:

19) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln\frac{\alpha - \dot{\varphi}_0}{\alpha - \dot{\varphi}}}.$$

Bei verschwindender Bewegung ergeben sich, wenn man die sta-

tische Reibung vernachlässigt, was bei großen Werten von $\ddot{\varphi}$ oder $\dot{\varphi}$ jedenfalls gestattet ist, entsprechend die Formeln:

20) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{\varphi}{\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}}$$

und:

21) $$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln \frac{\dot{\varphi}_0}{\dot{\varphi}}}.$$

Die Rotationsgeschwindigkeit der Stroboskopscheibe wurde mit Tourenzähler und Chronograph gemessen. Zur Messung der Beschleunigung wurde durchgehends eine Scheibe mit 2 Löchern verwendet, zur Messung der Endgeschwindigkeit ohne Beschleunigung Scheiben mit 2, 3, 4, 8, 12, 20 oder 40 Öffnungen.

4. Die Koeffizienten der Reibung.

Es möge jetzt etwas näher auf die Resultate der Versuche zur Bestimmung von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ nach der eben angegebenen Methode eingegangen werden. Die Tabellen I—IV enthalten in den beiden ersten Kolumnen einige Zeiten und die zugehörigen Umdrehungszahlen, wie sie aus den Aufzeichnungen des Chronographen entnommen sind. Diese Aufzeichnungen wurden graphisch dargestellt und ergaben sehr regelmäßig verlaufende Kurven, die in eine Gerade übergingen. Durch Rückwärtsverlängerung dieser Geraden wurde der in jeder Tabelle angegebene Wert von t_0 und $\frac{\varphi_0}{\alpha}$ gefunden. Einer von diesen Werten oder der Mittelwert aus beiden wurde dann in die Gleichung 8) eingesetzt und zu den verschiedenen Zeiten und Winkeln die in Kolumne 3 stehenden Werte für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ berechnet. Der eingesetzte Wert wurde solange abgeändert, bis der systematische Gang der berechneten Werte verschwand. Die so erhaltenen Werte für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ stehen in der vierten Vertikalreihe mit dem in 8) eingesetzten Werte. Tab. II und IV weisen noch eine fünfte Kolumne auf, in die die mit dem schließlich erhaltenen Mittelwerte von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ nach Gleichung 4) zurückberechneten Werte der Umdrehungszahlen eingetragen sind [1]). Die der Tab. V

1) Bei Tabelle IV wurde der Mittelwert 51,8 der berechneten Werte mit dem eingesetzten Wert 53 zu einem neuen Mittelwert 52,4 vereinigt, und dieser in die Gleichung 4) eingesetzt.

zugrunde liegenden Beobachtungsdaten wurden nicht graphisch aufgetragen, sondern aus ihnen durch Einsetzen eines früheren Resultaten nahe liegenden Zahlenwertes die in der Tabelle aufgeführten Werte für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ berechnet. Zur Berechnung dieser Tabelle wurde außer der Gleichung 8) noch eine zweite Formel verwendet, die durch Verlegung des Koordinatenanfangspunktes aus 8) ebenso hervorgeht wie 19) aus 17). Die Tabellen sind nach steigender Endgeschwindigkeit α geordnet. Außer α ist jedesmal auch der Gasdruck f des betreffenden Versuches in mm Hg angegeben. Aus diesen Tabellen geht hervor, das man durch Einsetzen des auf graphischem Wege vorläufig erhaltenen Wertes von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ Zahlenreihen erhält, die mit wachsender Zeit stark fallen. Für große Zeiten kann der Nenner unter dem Logarithmus negative Werte annehmen, in welchem Falle auf eine Auswertung natürlich verzichtet wurde, da komplexe Werte von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ keinen Sinn haben (Tab. I und IV). Durch Vergrößern des eingesetzten Wertes kann man den Gang beseitigen und erreichen, daß die Zahlen der Reihe unter einander und von dem eingesetzten Werte nicht allzu sehr abweichen, und negative Werte des Nenners nicht mehr auftreten. Die mit dem schließlich erhaltenen Werte von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ zurückberechneten Werte des Winkels zeigen nur für kleine Zeiten beträchtliche Abweichungen von den beobachteten, für größere Zeiten herrscht gute Übereinstimmung.

Hiernach könnte es scheinen, als ob man nach der hier verwendeten Methode den Reibungskoeffizienten, wenn auch nicht genau, so doch mit hinreichender Sicherheit bestimmen könnte. Dem widersprechen aber die folgenden Tabellen VI bis X. Die in diesen wiedergegebenen Werte für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ sind gewonnen worden, ohne daß ein vorläufiger Wert eingesetzt wurde, nur aus den direkt beobachteten Größen t, φ und $\dot{\varphi}$ nach den Formeln 5), 16), 17), 19), 20) und 21). (Welche von diesen Formeln im einzelnen Falle angewandt wurde, ist in den Tabellen angegeben.) Trotzdem zeigen sie mit wachsender Zeit noch ausgeprägter einen systematischen Gang, und zwar bei beschleunigter und verlangsamter Bewegung in demselben Sinne. Der Tab. VI liegen dieselben Beobachtungen zugrunde wie der Tab. I. Die übrigen Tabellen ent-

halten zwei Reihen von Werten für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$. Bei der ersten Reihe ist der Nullpunkt der Zeit für alle Werte derselbe und fällt mit dem Beginn der Beobachtung zusammen. In der zweiten Reihe ist zur Berechnung jedes folgenden Wertes der Zeitpunkt des vorhergehenden Wertes als Nullpunkt angenommen. Da bei verschwindender Bewegung in beiden Fällen dieselbe Formel 21) angewandt wurde, ist die Verschiebung des Anfangspunktes durch einen Strich an der Formelbezeichnung kenntlich gemacht. Unter $t_2 - t_1$ sind die von den neuen Nullpunkten an gerechneten Zeiten aufgeführt. Die zweite Reihe läßt den Abfall von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ mit zunehmender Zeit noch schärfer hervortreten.

Aus diesen Resultaten muß geschlossen werden, daß die bei der Ableitung der Bewegungstheorie des Radiometers gemachten Voraussetzungen nicht alle erfüllt waren. Diese Voraussetzungen sind zeitliche Konstanz der wirkenden Kraft (nach dem Ausschalten des Stromes ihr Verschwinden) und Proportionalität der Reibungskraft mit der Geschwindigkeit. Es ist unwahrscheinlich, daß diese letzte Voraussetzung nicht richtig ist, einmal weil in stark verdünnter Luft gearbeitet wurde und zweitens, weil auch bei kleinen Geschwindigkeiten keine bessere Übereinstimmung herrschte als bei großen. Trotzdem wurden einige Versuche zur Prüfung ihrer Berechtigung angestellt. Das Radiometer wurde anstatt durch den elektrischen Strom durch einen Luftstrom in schnelle Rotation versetzt und, während es auslief, durch die Stroboskopscheibe beobachtet. Wie auch bei den Versuchen der Tabelle VII bis X wurden nur die Zeiten scheinbaren Stillstandes registriert. Der Luftstrom trat aus einer auf das Rädchen gerichteten Kapillaren aus, die durch Öffnen eines Hahnes für kurze Zeit mit der Atmosphäre verbunden wurde. Nach Schließen des Hahnes begannen die Beobachtungen. Durch die eintretende Luft wurde natürlich der Druck im Vakuumgefäß erhöht. Diese Druckerhöhung wurde dadurch stark vermindert, daß eine Kugel von ca. 7 Ltr. Inhalt an die ca. 5 Ltr. fassende Beobachtungsglocke angeschlossen wurde. Der Druck wurde vor Öffnen des Hahnes und, nachdem das Rädchen zur Ruhe gekommen war, gemessen. Beide Drucke sind in den Tabellen XI bis XV angegeben. Die in diesen Tabellen enthaltenen Werte für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ sind sämtlich nach Formel 21) berechnet. Die beiden Reihen unterscheiden sich wieder durch den verschiedenen Nullpunkt der Zeit. Da in der Formel nur das Verhältnis

der Geschwindigkeiten zur Zeit t und zur Zeit 0 vorkommt, die sich ihrerseits wie die Zahlen k verhalten, so sind anstatt der Geschwindigkeiten diese Verhältnisse eingetragen. Der Buchstabe M ist der Modul der natürlichen Logarithmen. Die Werte von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ zeigen zwar größere Abweichungen, aber keinen Gang. Die Mittelwerte der einzelnen Reihen, die bei verschiedenen Gasdrucken erhalten sind, stimmen ziemlich gut mit einander überein. Die starken Schwankungen, die am Anfang einzelner Reihen zu bemerken sind, haben vielleicht ihre Ursache in Wirbeln, die entstehen müssen, solange der Luftstrom in das Vakuum eintritt. Ferner ist zu bedenken, daß anfangs die Momente scheinbaren Stillstandes durch sehr kleine Zeiten getrennt sind, sodaß ein Fehler von 0.1 Sekunden beträchtliche Abweichungen hervorrufen kann, und schließlich war die Tourenzahl der Scheibe, deren Motor mit städtischem Strom betrieben wurde, nicht ganz konstant. Bestimmungen der Tourenzahl, die möglichst kurz vor und nach den Beobachtungen gemacht wurden, zeigen in manchen Fällen Abweichungen von einigen Prozenten. Aus den Zahlen dieser Tabellen muß man schließen, daß die Reibungskraft der Geschwindigkeit proportional ist, und ferner, daß der Koeffizient der Reibung im Bereiche von etwa 0.12 bis 3.0 mm Druck sich nicht wesentlich verändert. Bei höherem Druck nimmt die Reibung schnell zu, wie Tab. XVII zeigt.

Da also die Proportionalität des Reibungswiderstandes mit der Rotationsgeschwindigkeit als erfüllt anzusehen ist, so muß angenommen werden, daß die zu messende Kraft sich mit der Zeit ändert. Crookes [1]) fand schon bei seinen Versuchen mit dem Lichtradiometer, daß die rückstoßende Kraft in merklicher Zeit bis zu einem Maximum anwächst. Trotzdem wäre es möglich, daß dieses Anwachsen schnell genug geschieht, um einen großen Fehler zu verhüten. Es wurde zunächst versucht, die Bewegungstheorie des Rädchens dadurch zu verbessern, daß für die Kraft ein Ausdruck von der Form $A \cdot (1 - e^{-\varkappa t})$ eingeführt wurde. Doch führt die Integration der Bewegungsgleichung dann zu einer sehr komplizierten Form, die sich zur Auswertung von Beobachtungsresultaten nicht eignet. Vor allem macht die Bestimmung der neuen Konstanten $\varkappa$ Schwierigkeiten. Die später mit der Torsionswage angestellten Versuche ergaben aber, daß sich der zeitliche Verlauf der Kraft in der Tat durch obigen Ausdruck annähern läßt.

1) Crookes, Proc. Roy. Soc. 25. 1876. p. 136.

Es bleibt jetzt noch übrig zu zeigen, warum die Rechnungen bei Anwendung der Formel 8) verhältnismäßig gut übereinstimmen, während die übrigen Formeln den Fehler deutlich hervortreten lassen. Dazu sollen die nachstehenden Betrachtungen dienen.

Nimmt man die zeitliche Änderung der Kraft, sowie den Wert des Reibungskoeffizienten als bekannt an, so kann man zu jedem Zeitpunkt diejenige φ-t-Kurve konstruieren, die beschrieben werden würde, wenn die Kraft während des ganzen Verlaufes der Bewegung konstant wäre. Die diesen Kurven entsprechenden Werte von φ und $\dot{\varphi}$ mögen als die „angenommenen“ bezeichnet werden. In Fig. 1 sollen die gestrichelten Kurven solche „angenommenen“ Kurven darstellen, und zwar gehöre die Kurve I zur Zeit t_1, II zur Zeit t_2 und III zu einer Zeit, in der die Kraft ihren konstanten Endwert praktisch erreicht hat, was genau genommen erst nach unendlich langer Zeit geschieht. Da $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ konstant sein soll, so müssen die Rückverlängerungen aller Geraden, in die diese Kurven übergehen, in demselben Punkte t_0 die Axe der Zeiten schneiden. Zeichnet man nun die wirklich beobachtete Kurve ein, in der Figur die ausgezogene Kurve, so muß diese zu jeder Zeit tiefer verlaufen als die zu derselben Zeit gehörende „angenommene“ Kurve, da vorher ja die Kraft kleiner war, also auch der zurückgelegte Winkel kleiner sein muß. Ebenso muß auch die beobachtete Geschwindigkeit kleiner sein als die „angenommene“. Da sie aber später steiler wird als alle „angenommenen“ Kurven, so muß sie diese ganze Kurvenschar später schneiden, aber in immer höher hinaufrückenden Punkten, die letzte erst im Unendlichen. Wie aus der Fig. ersichtlich, wird daher der aus der „wirklichen“ Kurve erhaltene Wert für t_0 größer als allen „angenommenen“ Kurven entspricht und für alle um den gleichen Betrag. Um den Einfluß zu erkennen, den das Einsetzen dieses zu großen Wertes von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ in Gleichung 8) auf die daraus berechneten Werte $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ hat, werde diese Gleichung in der Form:

$$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln \frac{t_0}{t_0 + \frac{\varphi}{\alpha} - t}}$$

geschrieben. t_0 kommt im Zähler und im Nenner des Bruches unter dem Logarithmus vor. Da der Zähler aber in jedem Falle größer ist als der Nenner, so überwiegt der Fehler von t_0 im

Nenner, und zwar bedingt ein zu großer Wert von t_0 einen zu großen Wert des Ausdruckes für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$. Außer für t_0 werden aber auch für φ und α nicht die „angenommenen“ Werte eingesetzt, sondern für α zu große, für φ zu kleine. Beide Fehler bewirken eine Verkleinerung von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$. Solange φ klein ist, wird die Vergrößerung durch t_0 überwiegen, bei großen Werten von φ aber die Verkleinerung durch die falschen Werte von φ und α. Daher kann für große Zeiten der Nenner negative Werte annehmen. Das Resultat beider Einflüsse ist der systematische Gang, wie er in den Tabellen I—IV vorhanden ist. Die Abweichungen brauchen keineswegs groß zu sein, da zwei entgegengesetzt wirkende Einflüsse sich teilweise aufheben. Vergrößert man nun den eingesetzten Wert, so kann zwar der Gang beseitigt werden, weil die zu größeren Zeiten gehörenden Werte stärker reagieren. Der Fehler von $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ wird aber zugleich vergrößert. Da schließlich die berechneten Werte von dem vergrößerten eingesetzten Wert nicht stark abweichen, so muß eine Rückberechnung des Winkels φ aus Gleichung 4), die mit 8) identisch ist, mit den beobachteten gut übereinstimmende Werte liefern.

Betrachtet man dagegen die Formel 17) in der Form:

$$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} = \frac{t}{ln \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{\alpha}}},$$

so findet man, daß zu große Werte von α und zu kleine von φ, wie sie aus der beobachteten Kurve entnommen werden, in gleichem Sinne auf $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ wirken, nämlich seinen Wert vergrößern. Da sowohl der Fehler von α wie der von φ mit wachsender Zeit abnimmt, so muß die Vergrößerung für kleine Zeiten beträchtlicher sein. Es kommt noch der Umstand hinzu, daß die Kraft selbst sich nicht gleichmäßig ändert, sondern anfangs schnell, dann immer langsamer. In den Zahlen der Tabellen VI—X sind die größten Abweichungen auch bei kleinen Zeiten zu finden. Bei Betrachtung der Formel 16) kommt man zu demselben Ergebnis.

Nach Ausschalten des Stromes nimmt die wirkende Kraft nicht plötzlich den Wert Null an, sondern sie fällt erst schnell, dann langsamer ab. Entsprechende Untersuchungen der Formeln 20)

und 21) führen ebenfalls zu dem Resultat, daß die Werte für $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$ mit wachsender Zeit abnehmen müssen.

Die hier beschriebene Beobachtungsmethode liefert also keine zuverlässige Bestimmung der Reibungskonstanten. Man könnte noch daran denken, die Auslaufversuche, bei denen das Rädchen durch einen Luftstrom angetrieben wurde, genauer auszuführen, indem man es etwa durch eine Feder in Rotation versetzte, um die Druckzunahme und Wirbelbildung zu vermeiden. Hierzu ist zu bemerken, daß von vornherein außer einer geringen Abhängigkeit vom Druck, die in den Tabellen nicht genügend zum Ausdruck gekommen ist, auch eine Abhängigkeit von der Temperatur vermutet werden mußte. Die Temperatur aber wird bei verschiedenen Stromstärken verschieden sein und kann nicht gemessen werden. Es wurde daher diese Methode ganz aufgegeben und zur Beobachtung und Berechnung des Druckes der Ausschlag einer Torsionswage verwendet.

Es zeigte sich später, daß die mit beiden Methoden erhaltenen Kurven, die die Abhängigkeit des Reaktionsdruckes bezw. der Endgeschwindigkeiten von Stromstärke und Gasdruck darstellen, in ihrem allgemeinen Verlauf gut übereinstimmten. Hieraus kann man zurückschließen, daß die Reibung nicht stark variierte. Es mögen daher auch einige Versuchsreihen mitgeteilt werden, die mit der ersten Methode gewonnen wurden.

IV. Abhängigkeit der Endgeschwindigkeit von Stromstärke und Gasdruck.

1. Versuchsanordnung.

Um den Druck in den von Gundelach gelieferten Radiometern variieren zu können, wurde an das Glasgefäß eine Röhre angeschmolzen, die zu einer Bestelmeyerschen Quecksilberluftpumpe führte. Ein Abzweigungsrohr stand mit einem Mac Leodschen Manometer in Verbindung, dessen Inhalt etwa $^1/_2$ Ltr. betrug.

Ferner wurden Versuchsreihen gemacht, bei denen ein Radiometer von einem Drahtnetz umgeben war, um die Kapazitätswirkungen des einschließenden Gefäßes zu beseitigen. Diese Anordnung gibt Fig. 2 wieder. Eine Glasglocke war auf einen Luftpumpenteller mit gewöhnlichem Fett aufgesetzt. Die Dichtung wurde durch einen Quecksilberrand vervollkommnet. Die Glocke war 16 cm hoch und hatte einen Durchmesser von 19.5 cm. Das Rohr L hatte für diese Versuche keine Bedeutung und war durch

eine aufgekittete Glasplatte verschlossen. Auf die Messingplatte P, deren Ecken zu Füßen umgebogen waren, war ein Drahtnetz N, ebenfalls aus Messing und mit kreisrundem Querschnitt, aufgeschraubt. Es wurden drei Netze von verschiedenem Durchmesser, aber der gleichen Höhe (11.5 cm) benutzt. In der Mitte des Netzes befand sich das Radiometerrädchen auf der Spitze einer Stahlnadel. Die Stromzuleitung zum Radiometer war, mit einem Glasrohr isoliert, durch die Messingplatte hindurchgeführt. Das Glasrohr war an seinem Ende ausgezogen und ließ nur einige Millimeter der Nadel frei. Der Tubus T wurde mit einer durchlochten Glas- oder Messingplatte verschlossen, die mittels Picein aufgekittet wurde. Ebenso war der Zuleitungsdraht im Glasrohr mit Picein eingekittet. Vom Faradaykäfig ging durch den den Teller tragenden Metallfuß eine Leitung zu dem positiven Pol der Stromquelle und der Erde. Das Trocknen der Luft besorgte eine unter der Messingplatte stehende Glasschale mit Phosphorpentoxyd. Als Strommesser diente ein Mikroampèremeter von Reiniger & Co., dessen Empfindlichkeit mittelst Normalwiderständen variiert wurde. Das Ampèremeter wurde mit einem Normalmilliampèremeter von Hartmann und Braun geaicht. Die Entladungsspannung wurde an einem Braunschen Voltmeter abgelesen.

Zur Messung der Geschwindigkeit wurde bei den ersten Versuchsreihen die Geschwindigkeit der Stroboskopscheibe durch einen vorgeschalteten Widerstand so reguliert, daß die scheinbare Geschwindigkeit Null war. Da aber immer Schwankungen der Tourenzahl vorkamen, wurde späterhin stets der Widerstand auf eine größere Geschwindigkeit eingestellt, und die Geschwindigkeit der Scheibe durch Bremsen mit dem Finger reduziert. Auf diese Weise konnte man es erreichen, daß eine kleine positive Bewegung durch eine gleich große negative wieder aufgehoben wurde. Zugleich wurde der Tourenzähler beobachtet, und der Ablauf einer bestimmten Anzahl von Umdrehungen auf dem Papierstreifen des Chronographen registriert. Als Stromquelle wurde bei allen im folgenden besprochenen Versuchen eine Hochspannungsbatterie benutzt.

2. Versuchsergebnisse.

Es folgen zunächst einige Versuchsreihen, die mit dem Rädchen 1 von Gundelach in der Glaskugel erhalten wurden. Tabelle XVIII veranschaulicht die Abhängigkeit der Endgeschwindigkeit vom Gasdruck bei konstant gehaltener Stromstärke. Der Strom blieb während einer Versuchsreihe eingeschaltet. Der Verlauf ist

ungefähr linear, und zwar nimmt mit abnehmendem Druck die Geschwindigkeit rasch zu. Es findet aber eine starke Streuung der einzelnen Werte statt. Versuche, die über die Konstanz der Endgeschwindigkeit während längerer Zeiten bei konstantem Druck und konstanter Stromstärke angestellt wurden, ergaben, daß die Geschwindigkeit starken Schwankungen ausgesetzt ist. Im Allgemeinen wurde ein Anwachsen, verbunden mit einer Zunahme der Entladungsspannung, beobachtet. Diese Verhältnisse werden durch die Tab. XIX und XX illustriert. Bei XIX befand sich dasselbe Radiometer in der Glaskugel, bei XX in einem Drahtnetz unter der Glocke. Die Ursache dieser Zunahme der Geschwindigkeit, der auch eine Steigerung der wirkenden Kraft zugrunde liegen muß, ist in einer Temperaturzunahme des ganzen Gases zu suchen. Sie ist zu unterscheiden von dem zeitlichen Anwachsen der Kraft nach dem Einschalten des Stromes, von dem früher die Rede war. Tatsächlich kommt die Geschwindigkeit nach anfänglicher schneller Steigerung zunächst auf einem merklich konstanten Endwert an. Später kann dieser aber wieder sowohl fallen wie steigen. Wenn man in Rechnung zieht, wie kompliziert die Verhältnisse bei einer Gasentladung sind und wie stark sie von kleinen Verunreinigungen, z. B. des Kathodenmaterials, abhängen, dann wird man allzu genaue Resultate von vornherein nicht erwarten dürfen. Auch die Stromstärke war nicht immer konstant genug, was bei den Radiometerrädchen zum Teil auf die Veränderung des Übergangswiderstandes an der Nadelspitze zurückzuführen ist.

Die beiden Kurven des ersten Blattes stellen die Abhängigkeit der Endgeschwindigdeit des Rädchen 1 von der Stromstärke bei zwei verschiedenen Gasdrucken dar. Die Stromstärke ist als Abszisse, die Geschwindigkeit als Ordinate aufgetragen. Während beider Versuchsreihen war der Druck sehr gut konstant. Da nach dem Vorhergehenden die Reihenfolge, in denen die einzelnen Punkte erhalten wurden, nicht gleichgültig sein kann, so ist sie durch die nebengeschriebenen Zahlen kenntlich gemacht. Die mit gestrichenen Zahlen versehenen Punkte sind an einem anderen Tage erhalten worden. Wie man sieht, fallen die Punkte alle ziemlich gut in die Kurve, nur bei dem letzten Punkt der Kurve I, bei dem die Stromstärke von einem großen Wert auf einen sehr viel kleineren eingestellt wurde, weist einen erheblich größeren Wert der Geschwindigkeit auf als dem Verlauf der Kurve entspricht. Zwischen der Beobachtung der Geschwindigkeiten 16′ und 17′ lag eine Zeit von 18 Minuten. Ferner sei bemerkt, daß zwischen Punkt 4 und

5 der Versuch längere Zeit unterbrochen wurde. Der charakteristische Knick, den beide Kurven aufweisen, und der bei fast allen diesen Kurven mehr oder weniger ausgeprägt auftritt, soll später besprochen werden.

Die Kurven III bis V beziehen sich auf ein kleineres Radiometer, das ebenfalls vier ebene, einseitig mit Glimmer bedeckte Flügel besaß, sich aber in dem Faradaykäfig befand. Sie zeigen ebenfalls die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Stromstärke. Der Gasdruck war bei allen annähernd derselbe, etwa 0.255 mm, sie unterscheiden sich aber durch die Weite des Drahtnetzes. Bei III betrug der Netzdurchmesser 11.2 cm, bei IV 8.7 cm und bei V 5.7 cm. Die Reihenfolge der Punkte ist wieder durch daneben geschriebene Zahlen angegeben. Die zu Kurve III gehörenden Punkte sind in der Reihenfolge der zunehmenden Geschwindigkeiten gewonnen. Zwischen Punkt 11 und 12 der Kurve IV wurde der Strom ausgeschaltet, da wegen der starken Krümmung der Kurve vermutet wurde, daß das Rädchen sich verbogen hatte, was aber nicht der Fall war. Durch die hierdurch bewirkte Abkühlung kann es vielleicht erklärt werden, daß Punkt 14 stark aus der Kurve herausfällt. Die Punkte der fünften Kurve gehören 3 verschiedenen Tagen an. In dem Teil bis zu dem Knick findet keine starke Streuung statt, vor allem liegen die Punkte in dem Wendepunkt sehr nahe zusammen, obwohl sie zu sehr verschiedenen Zeiten gehören, wie die daneben stehenden Ziffern erkennen lassen. Jenseits dieses Punktes aber nehmen die Kurven der verschiedenen Tage einen ganz getrennten Verlauf. Doch beginnen sie alle nach anfänglichem Fallen, oder wenigstens vermindertem Steigen, wieder steiler zu werden. Es muß hier eine Art labiler Zustand herrschen, wie er auch bei späteren Versuchen beobachtet wurde. Weiter konnte mit der Vergrößerung der Stromstärke nicht gegangen werden, weil sich das Rädchen dann durch die zu starke Erhitzung verbog.

V. Versuche mit dem Torsionsapparat.

1. Der Apparat.

Der wichtigste Teil ist das aufgehängte System selbst, in Fig. 3 mit R bezeichnet. Das Kreuz mit den beiden Flügeln wurde in einem Stück aus 0.5 mm starkem Aluminiumblech ausgesägt. Der vertikale Arm, hatte eine Länge von etwa 12 cm. Die Fläche eines Flügels maß 15×15 mm, der Abstand der inneren Kante von der Drehungsaxe 10 mm. An den Ecken der Flügel

wurden kleine Zapfen stehen gelassen, die nach hinten umgebogen, die Glimmerblättchen hielten. Diese waren aus einer klaren, sehr dünnen Platte ausgeschnitten, die vorher ausgeglüht wurde. Ein zweites Exemplar hatte anstatt der ebenen Flügel halbzylindrische. Der Zylinderdurchmesser betrug 11.7 mm, seine Höhe 20.7 mm, der Abstand der Zylinderaxe von der Axe des Systems 15 mm. Im übrigen waren beide Radiometer gleich. Über den vertikalen Arm war eine dünnwandige Kapillare gezogen, die oben zwei kleine Spiegel S trug (6.5 mm^2). Auf das obere Ende dieser Kapillaren wurde eine zweite gut passende aufgesetzt, die den Torsionsdraht in sich barg und nur dessen oberstes Ende frei ließ. Dieser bestand aus einem ca. 5 cm langen Silberdraht von Hartmann und Braun mit einem Durchmesser von 0.025 mm. Er war an beiden Enden an kleine Kupferdrähte angelötet, von denen der obere von der Klemme K_1 gehalten, der untere in einer Öffnung im Radiometerarm festgeklemmt wurde. Die Kapillaren verhinderten, daß der Strom auch vom Arm und dem Torsionsdraht ausging. Wurde die Kapillare um den letzteren fortgelassen, so erwärmte er sich so stark, daß er seine elastischen Eigenschaften einbüßte, und das Radiometer dauernd rotierte, bis der Draht abriß.

Die Aufhängung wurde getragen von einem Dreifuß aus Glasröhren D. Auf diesem lag eine Spiegelglasplatte G_2, die in der Mitte durchbohrt war. An sie war oben eine gleichfalls durchbohrte Messingklemme K_2, unten ein 9.5 cm langes, 1.0 cm weites Glasrohr angekittet. Der Draht C, der die Klemme K_1 hielt, wurde erst in die Höhe gezogen, nachdem das Torsionssystem daran befestigt war. Die Zuleitung ging durch das Rohr r_1 und die Platineinschmelzung Pt nach außen. Zwei Spiralen in der Zuleitung ermöglichten es, daß das Rohr r_3 noch über die Klemme geschoben werden konnte, wenn der Zuleitungsdraht bereits befestigt war. Es war somit die ganze Zuleitung zu den Flügeln in Glasröhren eingeschlossen. Die zweite Elektrode bildete der Faradaykäfig, der wie bei dem ersten Apparat in einer Messingplatte P mit aufgeschraubtem Drahtnetz N bestand. In den Deckel des Netzes war ein Loch von 14 mm Durchmesser geschnitten, das dem Arm des Radiometers den Durchgang gestattete. Die Zuleitung zum Faradaykäfig ging durch das Rohr r_2. Als Grundplatte diente eine 8 mm starke Spiegelglasplatte G_1, die mit weißem Siegellack auf eine 3 cm dicke Marmorplatte M aufgekittet war. Die Marmorplatte war auf einem Holzklotz und dieser auf dem Tisch festgekittet. Die Röhren r_1 und r_2 waren in die Grundplatte ebenfalls mit Kitt eingesetzt. Der ganze Apparat wurde

mit einer Glasglocke von 20 cm lichter Weite und 34 cm Höhe überdeckt. Ihr Rand wurde außen auf der Grundplatte festgekittet, während zwischen Glocke und Platte keine Kittschicht lag. Dabei hat es sich als sehr vorteilhaft erwiesen, einen dünnen Konstantendraht in den Schlitz, der zwischen Glockenrand und Glasplatte entsteht, einzulegen, jedoch so, daß seine Enden isoliert aus dem Kitt herausragen. Will man den Apparat öffnen, so erwärmt man den Draht durch einen entsprechend starken Strom und kann dann durch Herausziehen des Drahtes die Kittschicht durchschneiden, und die Glocke abheben. Oben ist die Glocke durch die aufgekittete Spiegelglasplatte G_3 verschlossen.

Alle Kittstellen waren anfangs mit weißem Siegellack ausgeführt. So hielt die Apparatur etwa 6 Wochen ausgezeichnet dicht, auch nachdem die Glocke einmal abgenommen und neu aufgesetzt war. Dann aber stellten sich Undichtigkeiten ein. Es wurde beobachtet, daß die oberste glänzende Schicht des Siegellacks in dünnen Plättchen absprang. Nachdem es in mehreren Wochen nicht erreicht werden konnte, daß der Apparat länger als 1—2 Tage dicht war, wurde der Siegellack aus allen Kittstellen entfernt und durch Picein ersetzt. Zugleich wurde den Einführungen der Zuleitungsröhren r_1 und r_2 durch Stutzen von Messingrohren, die in 2 mm starke Messingplatten eingelötet waren, mehr Halt gegeben. Von da ab konnten Undichtigkeiten, die noch hier und da sich einstellten, immer leicht beseitigt werden.

r_1 und r_2 führten beide durch ein Dewargefäß zu Phosphorpentoxydröhren, r_1 endete dann in einem Hahn, während sich an r_2 die Leitung zur Pumpe und zum Manometer anschloß.

Die Drehung der Torsionswage konnte mit einem Lichtzeiger gemessen werden, der auf einer kreisförmigen Skala von 1 m Umfang spielte. Der Lichtzeiger bestand in den Beugungsbildern zweier dünner parallel gespannter Drähte, die einen hellen Streifen einschlossen. Für sehr kleine Ausschläge war auch noch eine Fernrohrablesung vorgesehen. Zu diesem Zweck wurde auf dem Glasgestell, dem einen der sich drehenden Spiegel gegenüber, ein kleiner fester Spiegel unter 45 Grad angebracht, der die Strahlen nach oben durch die beiden Spiegelglasscheiben und den Tubus der Glocke warf. Von einem zweiten Spiegel, der unter 45 Grad über der Glocke stand, wurden sie wieder horizontal gemacht. Da die zweite, feinere Ablesung aber nur in einzelnen Fällen gebraucht wurde, eine Beeinflussung des Torsionssystems durch kriechende Ladungen auf den Spiegeln aber nicht ganz ausgeschlossen erschien, so wurde der feste Spiegel im Innern der Glocke später entfernt,

und zugleich das Glasgestell und die Zuleitungsröhren mit Stanniol umwickelt, das mit dem Faradaykäfig in leitender Verbindung stand.

Die Direktionskraft des Aufhängedrahtes wurde aus der Schwingungsdauer mit einem bekannten Trägheitsmoment berechnet. Dies bekannte Trägheitsmoment lieferte eine Kreisscheibe aus Neusilberblech, die ein Gewicht von 8,295 gr besaß. Ihr Durchmesser wurde mit einem Horizontalkomparator gemessen. Er betrug 6,965 cm. Auch das Dämpfungsverhältnis wurde bestimmt. Die Dämpfungskorrektion betrug 0,01 %, konnte also unberücksichtigt bleiben. Die Direktionskraft betrug bei dem System mit ebenen Flügeln 0.69 C.G.S.-Einheiten, bei dem mit zylindrischen Flügeln 0.51 C.G.S. Danach findet man den wirksamen Druck in Dynen aus dem Ausschlag a nach den Gleichungen:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot \frac{0.69}{1.75 \,.\, 100} \cdot a, \text{ bezw. } P = 2 \cdot \pi \cdot \frac{0.51}{1.5 \,.\, 100} \cdot a.$$

2. Die Messungen.

Die Meßapparate waren dieselben wie bei den früheren Versuchen. Nur wurde zur Ablesung der Entladungsspannung außer dem Braunschen Instrument noch ein Thomsonsches Multizellularvoltmeter bis 530 Volt benutzt. Der Faradaykäfig war in jedem Falle geerdet.

Kurvenblatt 3 zeigt das Ansteigen der Kraft mit der Zeit nach erfolgtem Einschalten für drei verschieden große Endwerte. Horizontal sind die Zeiten in Minuten, vertikal die Ausschläge des Lichtzeigers in cm aufgetragen. Wie man sieht, geht die eine dieser Kurven nicht durch den Nullpunkt. Dies ist eine Folge der statischen Anziehung. In der Tat konnte bei kleinen Stromstärken nach dem Einschalten für einen Augenblick ein negativer Ausschlag bemerkt werden, nach dem Ausschalten eine geringe Erhöhung des Ausschlags, der dann schnell abfiel. Das Abfallen geschieht nach entsprechend gestalteten Kurven, die aber nicht immer dieselbe Regelmäßigkeit zeigen. Nimmt man, wie oben bereits angegeben wurde, für diese Kurven den analytischen Ausdruck:

$$a = A \,.\, (1 - e^{-kt}) \text{ oder: } t = \frac{1}{k} ln \frac{A}{A - a}$$

an, durch den sie sich mit genügender Genauigkeit darstellen lassen, so kann man sie dazu benutzen, um die Zeit T zu berechnen, nach der der Ausschlag a seinen Endwert A bis auf einen bestimmten Prozentsatz erreicht hat. Soll z. B. $\frac{A}{A - a} = 100$, der Endwert

also auf 1% genau erreicht sein, so erhält man:

$$T_1 = \frac{1}{k} \ln 100 = \frac{\ln 100}{\ln \frac{A}{A-a}}.$$

Bei 5%:

$$T_5 = \frac{\ln 20}{\ln \frac{A}{A-a}}.$$

Für die hier gezeichneten Kurven ergibt sich die Tabelle XXI.

Dementsprechend wurde bei den Versuchen bei konstantem Druck und variierter Stromstärke zwischen Einregulieren einer neuen Stromstärke und der Ablesung des Ausschlags etwa 5—10 Minuten gewartet. Ein genaues Zeitintervall konnte hierbei nicht eingehalten werden, da zuweilen Störungen, z. B. Änderung der Stromstärke oder des Gasdruckes, auftraten, die ein längeres Warten nötig machten. Es durfte das Intervall auch nicht zu lang bemessen werden, damit in der zur Verfügung stehenden Zeit möglichst viele Beobachtungen gemacht werden konnten, und die Dauer einer Versuchsreihe selbst mußte wieder möglichst eingeschränkt werden, da häufig starke Druckänderungen eintraten. Vor allem war die Selbstevakuation sehr lästig, während einer Druckzunahme durch Pumpen entgegengewirkt werden konnte. Daher wurde die Abweichung vom Endwert verhältnismäßig groß gewählt. Mit zunehmendem A nimmt übrigens die Zeit T für gleichen Prozentsatz ab.

Es muß hier auffallen, daß bei den Radiometerrädchen die konstante Endgeschwindigkeit in kürzerer Zeit erreicht wurde. Das hat man wohl so zu erklären, daß die Erwärmung und Abkühlung der Kathode bei den Radiometerädchen schneller vor sich ging, da sie aus viel dünnerem Blech angefertigt waren als die Flügel der Torsionssysteme.

Bei den Versuchsreihen mit konstant gehaltener Stromstärke und verändertem Gasdruck, lagen zwischen den einzelnen Ablesungen meist längere Zeiten, da das Pumpen mehr Zeit in Anspruch nahm. Während einer Versuchsreihe wurde der Strom eingeschaltet gelassen und die Stromstärke mit einem Vorschaltwiderstand einreguliert. Nur vereinzelt wurde er für sehr kurze Zeit unterbrochen, z. B. wenn eine höhere Spannung angelegt werden mußte.

Es folgen nun zunächst Versuchsreihen bei variiertem Gasdruck. Tabelle XXII gibt die Verhältnisse wieder, wie sie mit dem Glimmerradiometer bei hohen Drucken erhalten wurden. Der anfangs sehr große negative Ausschlag verschwindet erst bei einem

Drucke von etwa 0,2 mm. Kurve I des vierten Blattes gibt die Fortsetzung der Tabelle bei höherem Vakuum. Nach unten ist der Druck in mm, nach rechts der Ausschlag abgetragen. Die gestrichelte Kurve gibt die Abhängigkeit der Spannung vom Gasdruck. Spannung und rückstoßende Kraft beginnen bei demselben Druck schneller zu wachsen. Kurve II wurde aus den Versuchsreihen bei konstantem Gasdruck konstruiert. Sie bezieht sich auf eine größere Stromstärke. Das folgende Blatt 5 enthält die entsprechenden Beobachtungen nach den Versuchen mit halbzylindrischen Flügeln. Die erste und zweite Kurve sind bei zwei verschiedenen Stromstärken aufgenommen, während die dritte wieder aus den Versuchen bei konstantem Druck konstruiert ist. Die Kurven verlaufen um so flacher, je größer die konstant gehaltene Stromstärke ist. Die gestrichelte Linie ist die zu II gehörende Spannungskurve. Wieder tritt der Parallelismus beider Kurven deutlich hervor.

Weiter konnte mit der Verdünnung nicht gegangen werden, da sonst der Strom auch von der oberen Lötstelle des Torsionsdrahtes seinen Ausgang nahm, und dieser abriß. Bei den kleinsten erreichten Drucken ging schon häufig ein Zucken der Entladung von dem Aufhängedraht aus, das von Schwankungen des Ausschlages begleitet war. Es wurde versucht, mit einer Influenzmaschine eine ruhige Entladung zu erhalten, aber ohne Erfolg.

Die Kurven der Blätter 6 und 8 stellen die Abhängigkeit der Kraft von der Stromstärke bei konstant gehaltenem Gasdruck dar, gemessen bei verschieden hohem Vakuum. Der mittlere Gasdruck ist bei den einzelnen Kurven angegeben. Wo der Druck infolge der Selbstevakuation während einer Versuchsreihe wesentlich abnahm, sind Anfangs- und Endwert eingetragen. Die Versuche des Blattes 6 sind mit den mit Glimmer hinterlegten Flügeln gemacht, die des Blattes 8 mit den halbzylindrisch geformten. Die verschiedene Form der Radiometer macht sich in dem qualitativen Verlauf der Kurven nicht geltend, jedoch kamen bei den Zylinderflügeln erheblich größere Stromstärken zur Anwendung. Der weiteren Erhöhung der Stromstärke wurde, wie der des Vakuums, durch Zucken der Entladung und Inkonstanz des Ausschlags ein Ziel gesetzt.

Die Kurven verlaufen um so steiler, je kleiner der Gasdruck ist. Dasselbe Verhalten zeigen die Charakteristiken, die auf den Blättern 7 und 9 dargestellt sind. Die zusammengehörenden Kurven der Blätter 6 und 7, bezw. 8 und 9 sind mit den gleichen Zahlen versehen. Die Zickzacklinien, die zu Beginn der Kurven I und II

des achten Blattes zu sehen sind, haben ihre Ursache in der Form der Entladung, die bei diesen Stromstärken und Drucken noch nicht normal war und ihren Ausgangspunkt von der Kathode wechselte. Sie haben keine wesentliche Bedeutung.

Dagegen sind an allen diesen Kurven zwei charakteristische Eigenschaften zu erkennen, die auch schon bei den Versuchen mit den Radiometerrädchen hervortraten. Das ist einmal die Verschiedenheit der Wirkung, je nachdem die Stromstärke von kleineren zu größeren Werten oder umgekehrt verändert wurde. Dieser Unterschied kann sehr beträchtlich werden. Die Punkte sind in der Reihenfolge beobachtet, wie die Pfeile an den Kurven angeben. Bei Kurve VI auf Blat 6 ist sie durch nebengeschriebene Zahlen kenntlich gemacht. Es mag hervorgehoben werden, daß die hier zu Tage tretende Hysteresis nicht etwa durch zu kurzes Warten zwischen Einstellen und Ablesen hervorgerufen wurde. Es wurde häufig nach dem Einstellen der kleineren Stromstärke kurz ausgeschaltet, bis der Ausschlag unter seinen späteren Endwert gesunken war.

Ferner sei bemerkt, daß die Abweichung beider Kurventeile bei den Versuchsreihen, bei denen der Gasdruck infolge der Selbstevakuation abnahm, eben durch diese Druckabnahme vergrößert werden muß. Es wurde versucht, aus den Kurven, die mit konstanter Stromstärke aufgenommen wurden, diese Vergrößerung zu berechnen und zu eliminieren, wobei sich jedoch herausstellte, daß der Verlauf des Rückwegs hierdurch nicht wesentlich verändert wurde. Es wurde daher auf die Reduktion der Kurven verzichtet.

Auch die Charakteristiken des Blattes 9 zeigen die Hysteresis, wenn auch in schwächerem Maße.

Auf Blatt 7 wurde der Rückweg nicht eingezeichnet, um die Klarheit der Zeichnung nicht zu beeinträchtigen, weil die Hysteresisschleifen hier sehr schmal sind. Doch geht auch hier aus den beobachteten Zahlen die Hysteresis deutlich hervor. Wie oben bereits erwähnt wurde, muß man die Hysteresis der Temperaturzunahme des Gases zuschreiben.

Hysteresis in Charakteristiken von Geißlerrohren ist auch von anderen Autoren beobachtet worden. Herr Fischer[1]) sucht die Ursache dafür in den Ionisierungsvorgängen auf der Anodenseite, während Herr Herwegs[2]) sie ebenfalls der Temperaturerhöhung zuschreibt.

---

1) Fischer, Ph. Ztschr. 1913, p. 703.

2) Herwegs, Ph. Ztschr. 1912, p. 639.

Zweitens zeigen die Kurven einen oder zwei mehr oder weniger ausgeprägte Knicke, die mit abnehmendem Gasdruck zu immer kleineren Stromstärken hinrücken. Auch die Charakteristiken haben bei derselben Stromstärke eine leichte, manchmal kaum zu erkennende Biegung. Es wurde beobachtet, daß ein solcher Knick dann eintritt, wenn das negative Glimmlicht das Netz berührte, oder durchdrang. Es ist also als sicher zu betrachten, daß diese Irregularität durch das Netz bedingt ist.

Die Wirkung des Netzes muß sich aber auch bei den Versuchen mit konstanter Stromstärke und variiertem Gasdruck geltend machen. Das ist in der Tat der Fall. In Kurve II auf Blatt 5 bewirkt sie das Herausfallen des mit 1 bezeichneten Punktes aus der Kurve, dem ein zu schnelles Anwachsen des Ausschlages entspricht. Hier wurde das Hindurchtreten der Leuchterscheinung durch das Netz wirklich beobachtet. Ebenso zeigt sich die Wirkung des Netzes in der Ausbiegung der Kurve I auf Blatt 4. Bei diesem Versuche wurde dem Verhalten des Glimmlichtes keine Aufmerksamkeit zugewendet, doch ergibt sich aus einem Vergleich mit Kurve V auf Blatt 6, daß in beiden die Abweichungen vom regelmäßigen Verlauf bei etwa demselben Druck und derselben Stromstärke stattfinden.

Wie der Einfluß des Netzes zustande kommt, ist nicht leicht einwandfrei zu erklären, denn die Form der irregulären Stelle ist nicht bei allen Kurven dieselbe. Bei einigen tritt eine vorübergehende Verringerung der Neigung ein, bei anderen eine Erhöhung. Vielleicht darf man sich aber etwa folgendes Bild von den hier vorliegenden Verhältnissen machen. Die auf einen Radiometerflügel wirkende Kraft hängt, außer von dem Unterschiede der Temperatur auf seinen beiden Seiten, von der Größe des Temperaturgradienten auf der wärmeren Seite ab, und zwar wächst sie mit dem Temperaturgefälle. Nun wird bei einer Gasentladung außer der Kathode auch die Gasmasse im Glimmlicht durch den Aufprall der Elektronen erwärmt. Bringt man einen festen Körper in den Rand des Glimmlichts, so entzieht er dem Glimmlicht Wärme und vergrößert das Temperaturgefälle. (An den Stellen, wo ein Knick nach oben auftritt, wurde beobachtet, daß nach Einstellen der neuen Stromstärke der Ausschlag erst langsam anstieg, dann sehr schnell einen größeren Wert annahm, von dem er wieder allmählich zum Endwert fortschritt.)

Kommt der Körper aber tiefer in das Glimmlicht hinein, so wird er selbst durch die auftreffenden Elektronen stark erwärmt und verkleinert den Temperaturgradienten. Die stärkere Erwärmung

des festen Körpers hätte man sich so zu erklären, daß die Bremsung der Elektronen durch die Gasmoleküle sich auf eine längere Gasschicht verteilt, während sie am festen Körper in einer Ebene geschieht. Daß ein fester Körper durch das Auftreffen von Kathodenstrahlen sich hochgradig erhitzen kann, ist ja hinlänglich bekannt.

Die in den Kurven des zweiten Blattes sich ausdrückende Tatsache, daß die Geschwindigkeiten des Radiometerkreuzes im kleinsten und im größten Netz bei gewissen Stromstärken dieselben, und im mittleren kleiner sind, hätte man dann so aufzufassen, daß das Netz sich um so stärker erwärmt, je kleiner sein Durchmesser ist, daß bei dem kleinsten aber die Wirkung der Erwärmung dadurch wettgemacht wird, daß der elektrische Spannungsabfall, dem auch ein größerer Temperaturabfall folgt, sich auf einer kürzeren Strecke vollzieht. Es kommt noch hinzu daß, das gemessene Entladungspotential bei dem kleinen Netz erheblich größer war.

Es wurde oben schon auf die Ähnlichkeit hingewiesen, die zwischen der Abhängigkeit des Ausschlags der Torsionswage von Stromstärke und Gasdruck einerseits und der Abhängigkeit der Spannung von denselben Größen andererseits besteht. Diese Ähnlichkeit scheint darauf hinzuweisen, daß der Ausschlag der Spannung proportional ist. Eine nähere Untersuchung ergab, daß bei den Versuchen mit konstantem Gasdruck in einigen Fällen die Proportionalität zwar recht gut erfüllt ist, in anderen aber keineswegs, ebenso wenig auch bei den Versuchen mit konstanter Stromstärke, sodaß man nicht berechtigt ist, diese Proportionalität als allgemein gültig zu betrachten.

VI. Zusammenfassung.

1. Es wurden Versuche mit elektrischen Radiometern gemacht.

2. Die von Herrn Riecke angegebene Beobachtungsmethode wurde weiter ausgebaut.

3. Es zeigte sich, daß diese Methode eine einwandfreie Berechnung des Reibungskoeffizienten nicht liefert, da die wirkende Kraft sich zeitlich ändert.

4. Die auf die Kathode wirkende Kraft wurde mit einer Torsionswage bei verschiedenen Gasdrucken und Stromstärken gemessen.

5. Bei den verwendeten Drucken (einige Millimeter Hg bis 0,02 mm) ist der größte Teil der Kraft den radiometrischen Wirkungen zuzuschreiben, die aber durch Wirkungen des elektrostatischen Feldes teilweise oder ganz aufgehoben werden.

6. Es tritt Hysteresis in der Abhängigkeit der Kraft von der Stromstärke auf.

7. Der Einfluß der umgebenden Wand macht sich in Knicken in den Kurven bemerkbar.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und die freundliche Unterstützung, die er mir bei ihrer Ausführung stets zuteil werden ließ, bin ich Herrn Geheimrat Riecke zu großem Dank verpflichtet.

Nachtrag.

Nachdem die Dissertation bereits von der Fakultät angenommen war, wurden noch einige Berechnungen ausgeführt über das Verhältnis der von den Radiometerrädchen zur Aufrechterhaltung der konstanten Erdgeschwindigkeit verbrauchten Leistung zu der dem Entladungsrohr sekundlich zugeführten elektrischen Energie. Es zeigte sich, daß dies Verhältnis im Wesentlichen nur von der Geschwindigkeit abhängt und schnell mit dieser zunimmt. Bei kleinen Geschwindigkeiten ist es für eines der Rädchen z. B. von der Größenordnung 10^{7}, bei 21 Touren pro Sekunde etwa das 200-fache. Trägt man das Verhältnis als Funktion der Geschwindigkeit auf, so erhält man glatt verlaufene Kurven, die von einer Geraden nicht sehr abweichen. Da die vom Rädchen verbrauchte Leistung proportional mit dem Quadrat der Geschwindigkeit ist, die treibende Kraft proportional mit der ersten Potenz, so würde also bei den Radiometerrädchen die Kraft annähernd proportional mit der dem Entladungsrohr zugeführten Leistung sein, was bei den Versuchen mit der Torsionswage sehr viel weniger gut erfüllt gefunden wurde.

Tabelle I.

$f = 0.289$ $\alpha = 2\pi \cdot 1.131$

$t_0 = 37.6$		Eingesetzt:	
$-\frac{\varphi_0}{\alpha} = 37.2$		37.4	39.0
t	$\frac{\varphi}{2\pi}$ beob.	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$
28.0	6	30.0	32.0
37.2	11	28.1	31.8
49.8	20	25.5	28.8
59.0	28	24.0	28.1
67.5	36	22.4	26.7
75.4	44	20.7	27.7
83.0	52	18.7	28.1
90.6	60	—	28.3
98.0	68	—	27.8
105	76	—	29.8
114	86	—	31.7

Mittel: 29.2

Tabelle II.

$f = 0.131$ $\alpha = 2\pi \cdot 1.53$

$t_0 = 42.0$		Eingesetzt:		
$-\frac{\varphi_0}{\alpha} = 41.2$		42	49	50.7
t	$\frac{\varphi}{2\pi}$ beob.	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$\frac{\varphi}{2\pi}$ ber.
12.35	3 0	43.3	51.8	2.14
24.0	9.0	42.4	52.1	7.52
42.0	22.0	39.3	50.7	20.60
58.0	38.0	37.3	51.4	35.80
90.1	75.0	23.1	49.9	73.45

Mittel: 50.7

Tabelle III.

$f = 0.111$ $\alpha = 2\pi \cdot 5.55$

$t_0 = 27.0$		Eingesetzt:	
$-\frac{\varphi_0}{\alpha} = 27.0$		27.0	30.0
t	$\frac{\varphi}{2\pi}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$
7.0	5.0	27.2	30.8
17.4	22.0	25.3	29.4
29.8	58.7	23.4	28.9
41.6	106.6	23.5	30.9
54.2	166.2	23.6	33.6
63.2	203.3	14.8	30.5

Mittel: 30.6

Tabelle IV.

$f = 0.126$ $\alpha = 2\pi \cdot 6.49$

$t_0 = 45$		Eingesetzt:		
$-\frac{\varphi_0}{\alpha} = 46$		45	53	52.4
t	$\frac{\varphi}{2\pi}$ beob.	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$\frac{\varphi}{2\pi}$ ber.
14	9.99	49.5	52.4	10.66
22	22.5	41.3	51.3	25.1
33	49.9	39.8	50.8	54.1
50	110.0	37.6	51.0	114.1
74	220.0	32.6	52.4	222
104	379	—	52.6	381
112	424	—	52.4	426
134	554	—	52.1	556

Mittel: 51.8

Tabelle V.

$f = 0.131$ $\alpha = 2\pi \cdot 14.28$

$t_0 = -$	Eingesetzt:
$-\frac{\varphi_0}{\alpha} = -$	50
t	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$
6.5	49.5
25.7	49.5
43.3	45.7
53.4	48.8
130.0	44.9
160.0	45.9

Mittel: 47.4

Tabelle VI.

$f = 0.289$ $\alpha = 2\pi \cdot 1.131$

$+\ddot{\varphi}$[1])

t	$\frac{\varphi}{2\pi}$	$\frac{\dot{\varphi}}{2\pi}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	Formel
23.0	4.0	0.348	71.5	16
37.2	11.0	0.597	52.1	16
80.0	48.1	1.051	40.4	16
113	84.0	—	38.7	5
		$-\ddot{\varphi}$		
4.10	4.0	0.89	17.2	20
10.35	8.0	0.441	11.6	20
17.2	9.75	0.0	8.6	20

Tabelle VII.

$f = 0.232$ $\alpha = 2\pi \cdot 7.23$

$+\ddot{\varphi}$

t	$\frac{\dot{\varphi}}{2\pi}$	Formel 17 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	Formel 19 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$t_2 \quad t_1$
17.75	2.31	46.13	46.13	17.75
34.75	4.62	34.11	26.8	17.00
68.1	6.89	22.27	12.6	33.35
		$-\ddot{\varphi}$		
		Formel 21	Formel 21′	
11.55	4.42	23.48	23.48	11.55
25.0	2.21	21.09	19.4	13.45

Tabelle VIII.

$f = 0.09$ $\alpha = 2\pi \cdot 10.98$

$+\ddot{\varphi}$

t	$\frac{\dot{\varphi}}{2\pi}$	Formel 17 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	Formel 19 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$t_2 - t_1$
8.55	1.83	47.0	47.0	8.55
15.8	3.66	38.9	32.5	7.25
24.2	5.49	34.8	29.2	8.40
34.6	7.33	31.4	25.6	10.4
48.6	9.16	27.1	20.2	14.0
		$-\ddot{\varphi}$		
		Formel 21	Formel 21′	
6.00	9.25	56.3	56.3	6.00
14.35	7.14	36.2	29.0	8.35
24.55	4.76	33.5	25.1	10.20
38.60	2.38	25.9	20.3	14.05

1) $+\ddot{\varphi}$ bedeutet, daß die Beobachtung bei zunehmender, $-\ddot{\varphi}$ bei abnehmender Geschwindigkeit gemacht wurde.

Tabelle IX.

$f = 0.137$ $\alpha = 2\pi \cdot 12.2$

$+ \ddot{\varphi}$

t	$\frac{\dot{\varphi}}{2\pi}$	Formel 17 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	Formel 19 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$t_2 - t_1$
9.4	2.57	39.7	39.7	9.4
19.0	5.15	34.6	30.9	9.6
32.7	7.77	32.3	29.5	13.7
60.5	10.86	27.4	23.2	27.8

$- \ddot{\varphi}$

		Formel 21	Formel 21′	
4.0	11.04	39.9	40.0	4.0
13.15	8.28	33.9	31.7	9.15
25.15	5.52	31.7	29.6	12.0
44.45	2.76	29.9	27.8	19.3

Tabelle X.

$f = 0.136$ $\alpha = 2\pi \cdot 16.14$

$+ \ddot{\varphi}$

t	$\frac{\dot{\varphi}}{2\pi}$	Formel 17 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	Formel 19 $\frac{\mathfrak{M}}{\varrho}$	$t_2 - t_1$
5.2	2.64	29.1	29.1	5.2
9.5	5.27	24.1	19.8	4.3
14.5	7.92	21.5	18.0	5.0
19.75	10.66	18.3	12.9	5.25
26.0	13.35	14.9	9.26	6.25

$- \ddot{\varphi}$

		Formel 21	Formel 21′	
7.75	14.05	55.4	55.4	7.75
17.15	11.24	47.4	42.1	9.40
27.5	8.43	42.4	36.0	10.35
40.0	5.62	37.9	30.8	12.50
60.5	2.81	34.9	29.6	20.50

Tabelle XI.

$f = \begin{cases} 0.0495 \\ 0.187 \end{cases}$ $\alpha = 2\pi \cdot 17.23$

t	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho \cdot M}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho \cdot M}$	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$t_2 - t_1$
2.00	9 : 8	39.1	39.1	9 : 8	2.0
3.80	9 : 7	34.9	31.8	8 : 7	1.8
7.00	9 : 6	39.8	47.8	7 : 6	3.2
9.70	9 : 5	38.0	34.0	6 : 5	2.7
13.55	9 : 4	38.5	39.8	5 : 4	3.85
18.35	9 : 3	38.5	38.6	4 : 3	4.8
24.55	9 : 2	37.4	35.2	3 : 2	6.2
34.00	9 : 1	35.7	31.4	2 : 1	9.45
	Mittel:	37.7	37.2		

Tabelle XII.

$f = \begin{cases} 0.326 \\ 0.744 \end{cases}$ $\alpha = 2\pi \cdot 20.28$

t	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho \cdot M}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho \cdot M}$	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$t_2 - t_1$
4.20	8 : 6	33.9	33.9	8 : 6	4.20
7.05	8 : 5	34.6	36.0	6 : 5	2.85
10.75	8 : 4	35.7	38.2	5 : 4	3.70
15.35	8 : 3	36.1	37.8	4 : 3	4.60
21.90	8 : 2	36.4	37.2	3 : 2	6.55
33.40	8 : 1	37.0	38.2	2 : 1	11.5
50.30	27.9	35.1	30.5	3.49	16.9
	Mittel:	35.5	36.0		

Tabelle XIII.

$f = \begin{cases} 0.889 \\ 1.30 \end{cases}$ $\alpha = 2\pi \cdot 20.96$

t	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} \cdot \frac{1}{M}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} \cdot \frac{1}{M}$	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$t_2 - t_1$
2.30	8 : 7	40.7	40.7	8 : 7	2.30
4.35	8 : 6	35.0	30.6	7 : 6	2.05
6.70	8 : 5	32.8	29.7	6 : 5	2.35
11.20	8 : 4	37.2	46.5	5 : 4	4.50
16.30	8 : 3	38.4	41.0	4 : 3	5.10
2.30	8 : 2	38.1	38.0	3 : 2	6.70
34.7	8 : 1	38.4	38.9	2 : 1	11.70
	Mittel:	37.2	37.9		

Tabelle XIV.

$f = \begin{cases} 1.32 \\ 1.59 \end{cases}$ $\alpha = 2\pi \cdot 21.08$

t	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} \cdot \frac{1}{M}$	$\frac{\mathfrak{M}}{\varrho} \cdot \frac{1}{M}$	$\dot{\varphi}_0 : \dot{\varphi}$	$t_2 - t_1$
2.25	8 : 7	39.1	39.1	8 : 7	2.25
4.0	8 : 6	32.2	26.1	7 : 6	1.75
6.65	8 : 5	32.6	33.5	6 : 5	2.65
10.75	8 : 4	35.7	42.3	5 : 4	4.10
16.05	8 : 3	37.7	42.6	4 : 3	5.30
22.8	8 : 2	37.8	38.3	3 : 2	6.75
34.7	8 : 1	38.4	39.6	2 : 1	11.90
	Mittel:	36.2	37.3		

Fig. 1.

Fig. 2

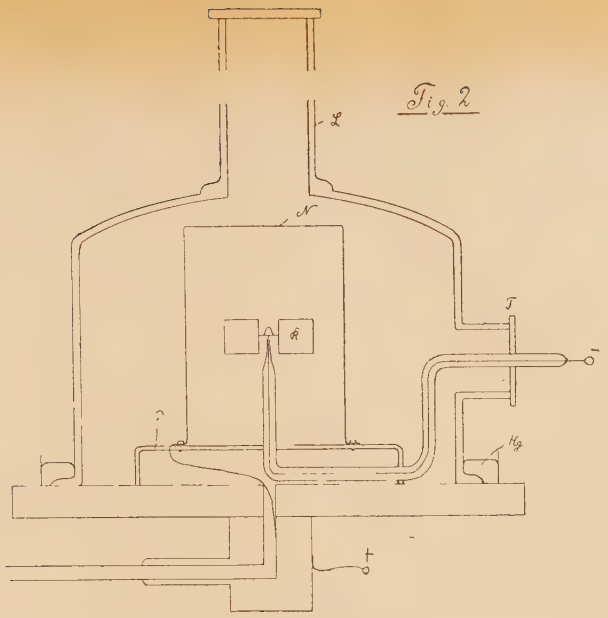
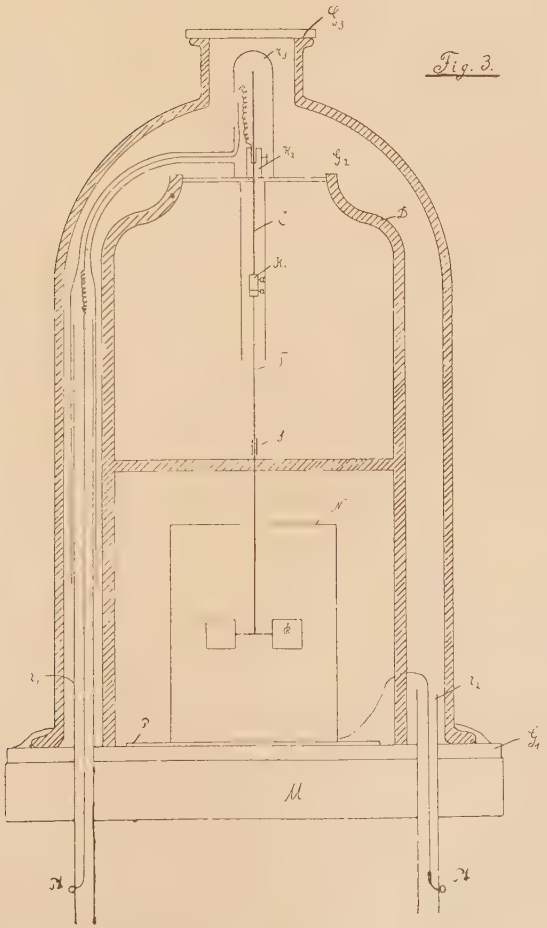
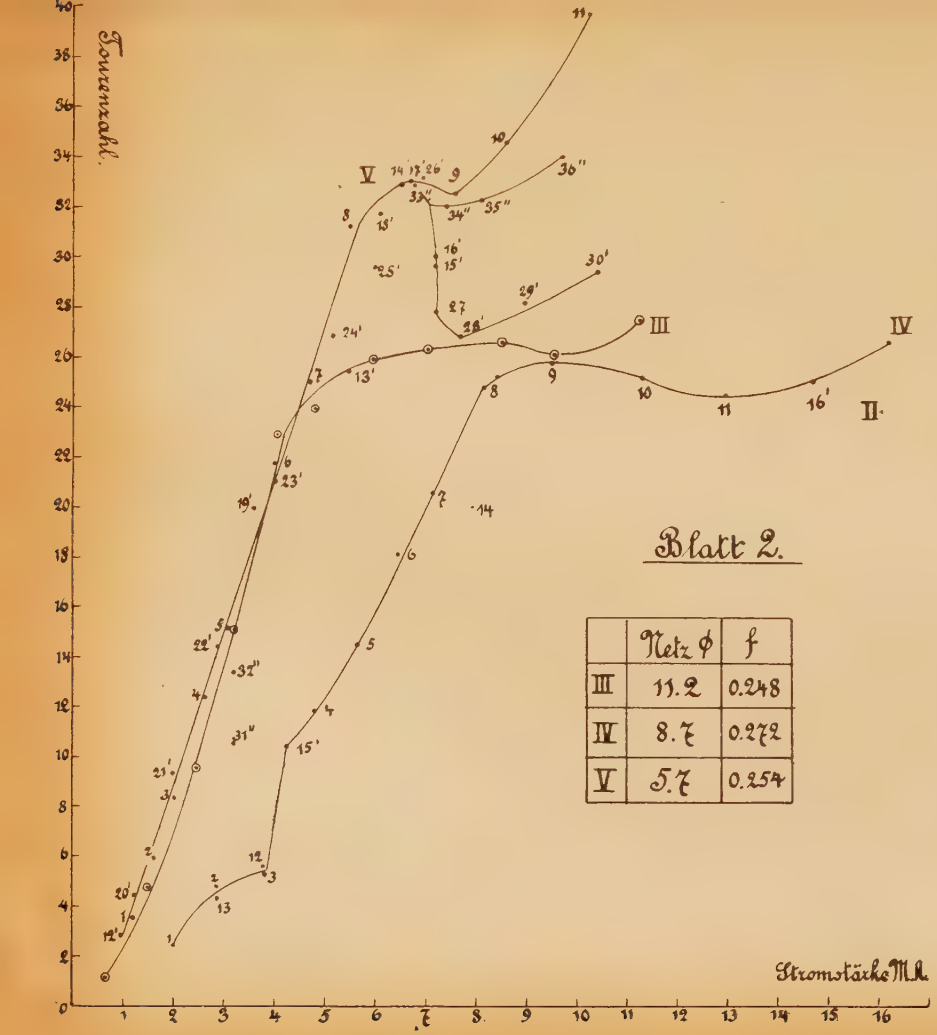


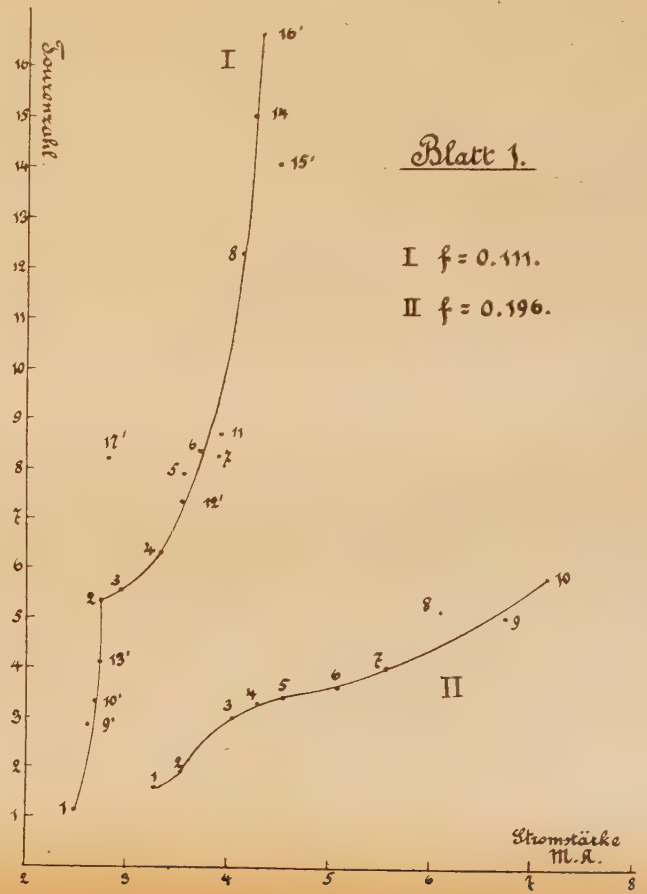
Fig. 3.





Blatt 2.

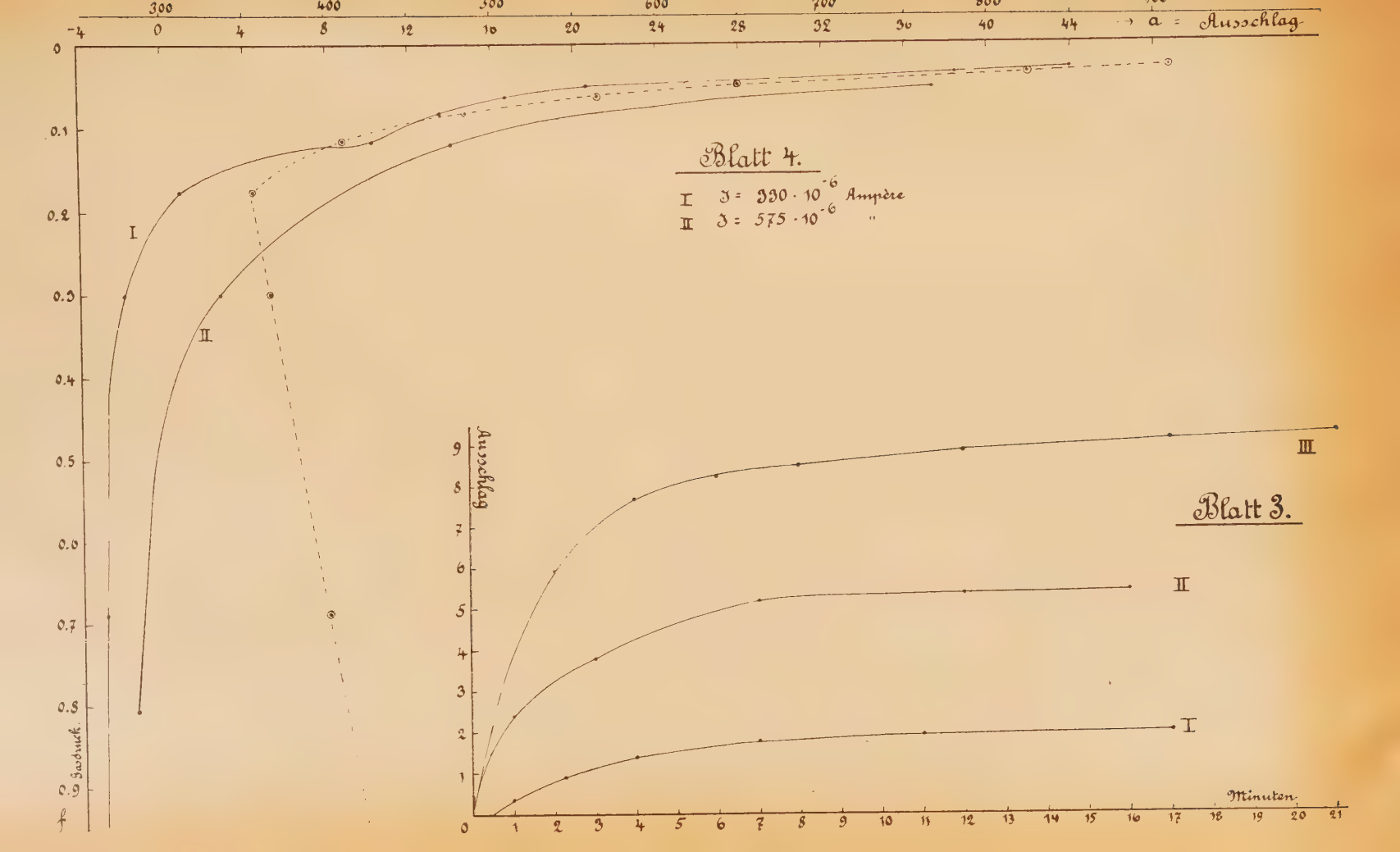
	Netz ϕ	f
III	11.2	0.248
IV	8.7	0.272
V	5.7	0.254

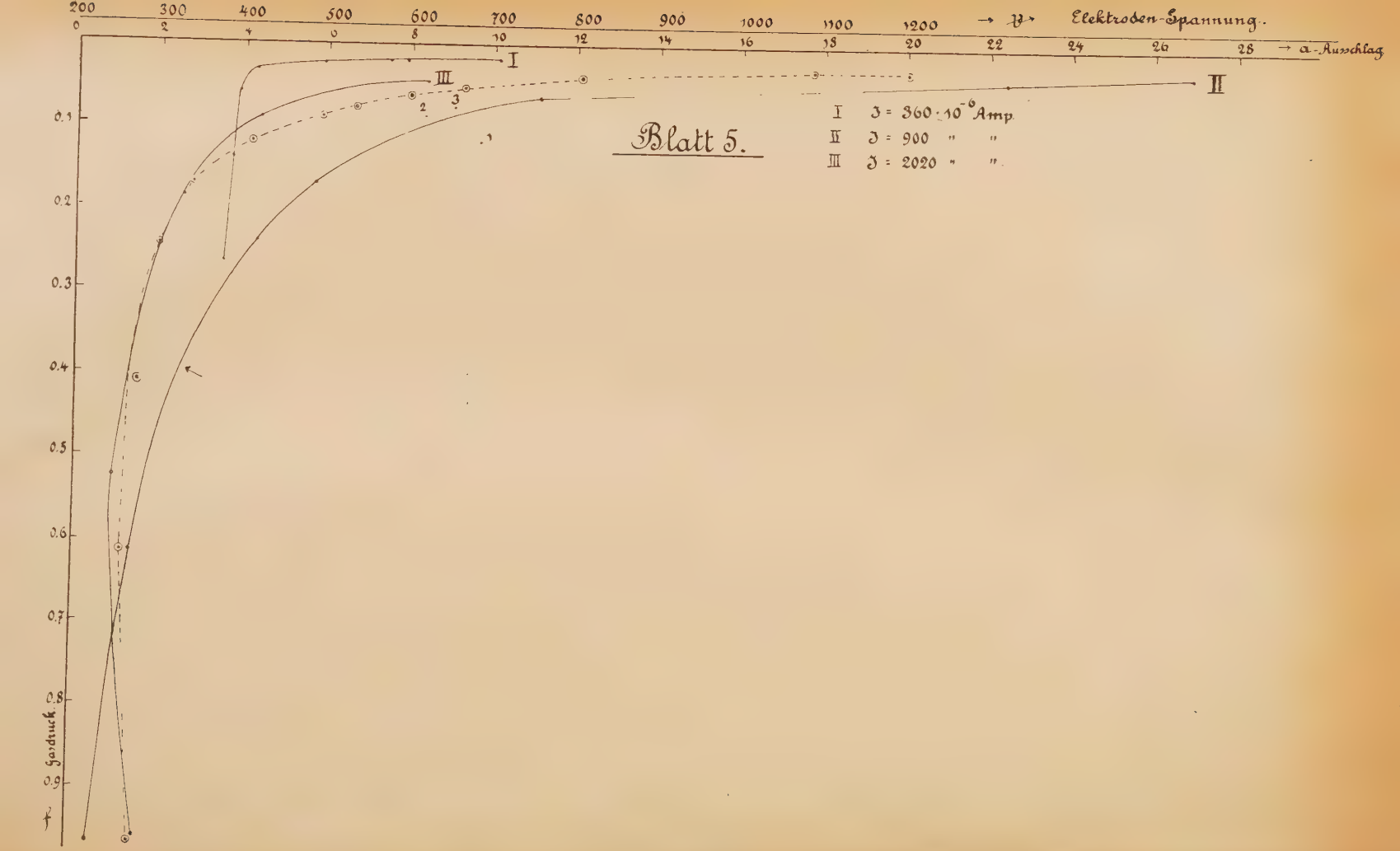


Blatt 1.

I $f = 0.111.$

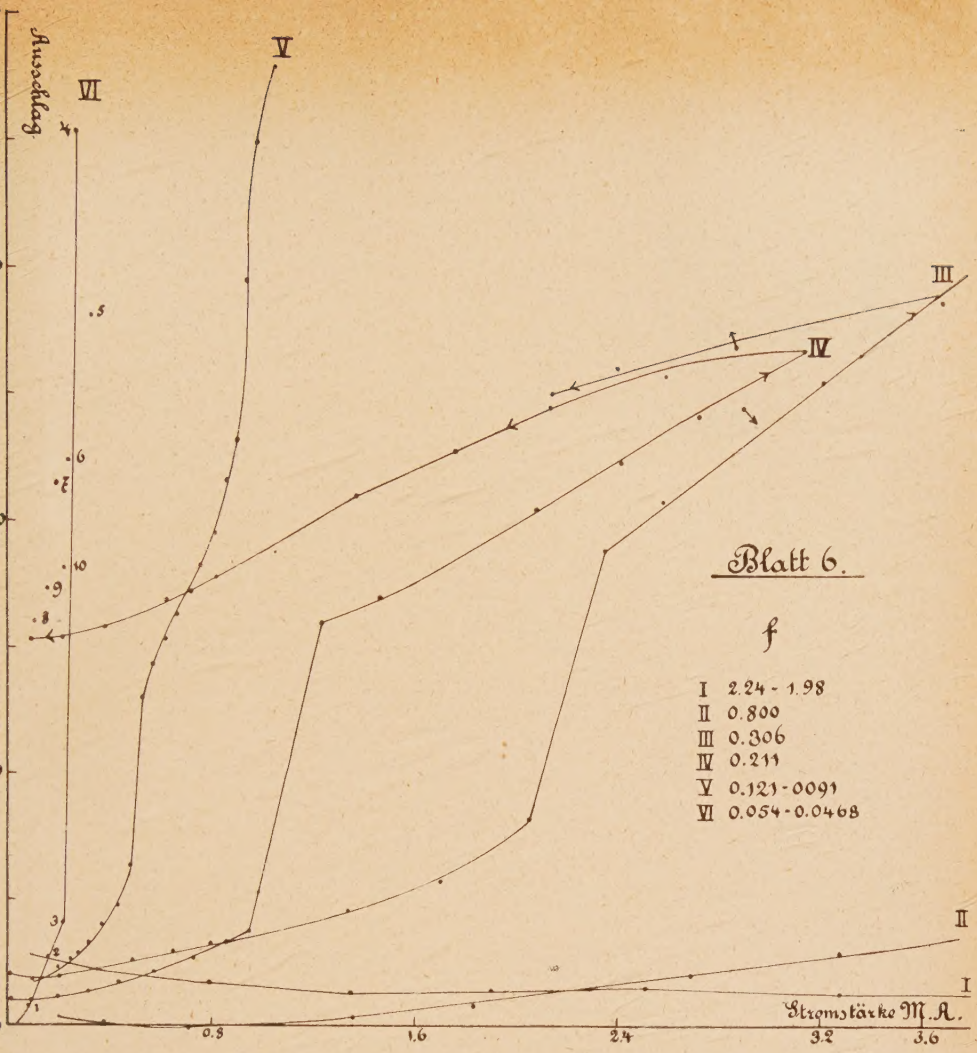
II $f = 0.196.$


300
400
500
600
700
800
900
-4
0
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
44
a = Ausschlag
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
f
Druck
I
II
Blatt 4.
I J = 330 · 10⁻⁶ Ampère
II J = 575 · 10⁻⁶ "
Ausschlag
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
III
II
I
Blatt 3.
Minuten
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21



Blatt 5.

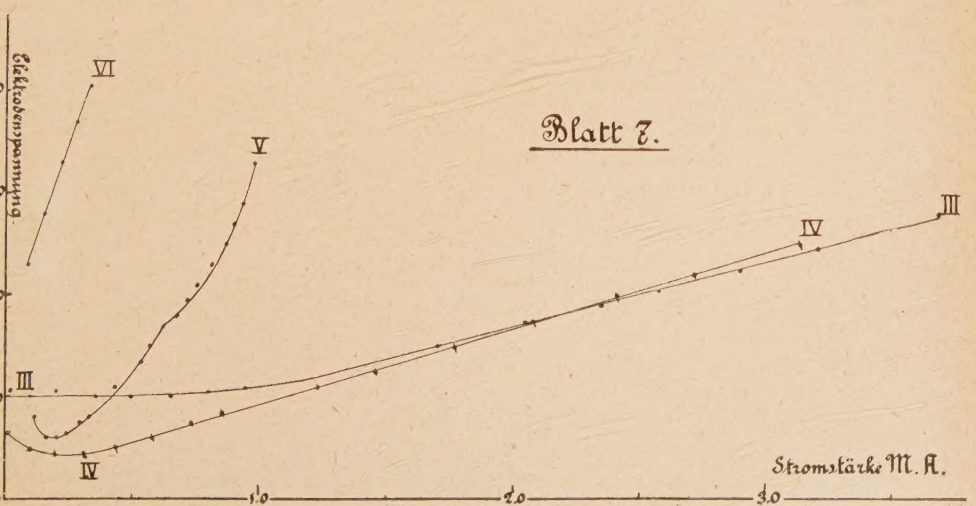
I $J = 360 \cdot 10^{-9}$ Amp.
II $J = 900$ " "
III $J = 2020$ " "



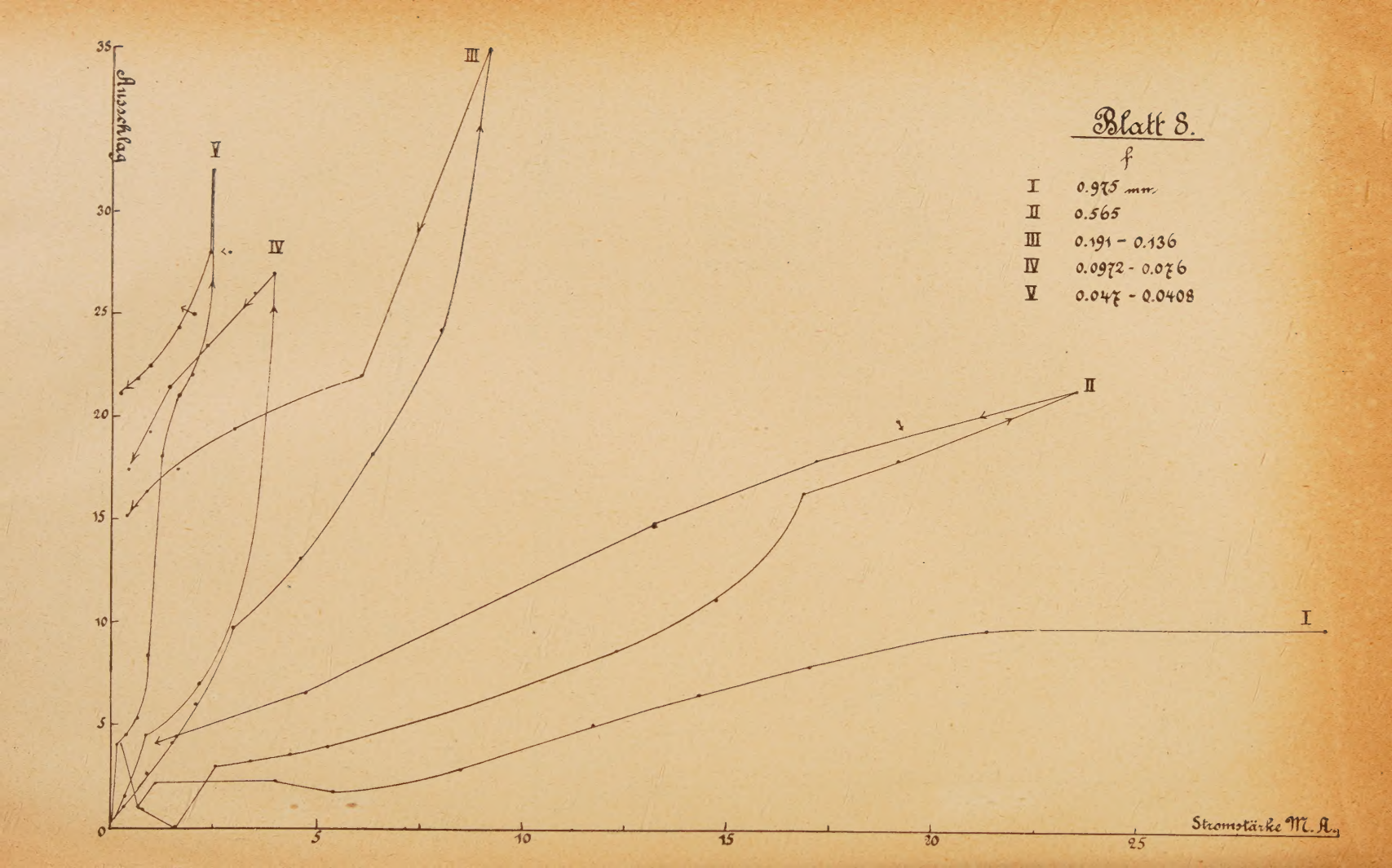
Blatt 6.

f

I 2.24 - 1.98
II 0.800
III 0.306
IV 0.211
V 0.121 - 0091
VI 0.054 - 0.0468



Blatt 7.


Blatt 8.
f
I 0.975 mm
II 0.565
III 0.191 - 0.136
IV 0.0972 - 0.076
V 0.047 - 0.0408
Ausschlag
Stromstärke M. A.
0
5
10
15
20
25
30
35

V
1000
900
elektr. Spannung.
800
700
600
500
400
300
V
IV
III
II
I
0
5
10
15
20
25
30
Stromstärke M. A.

Blatt 9.

Lebenslauf.

Geboren am 20. Oktober 1888 zu Marburg in Hessen, besuchte ich, Franz Tuczek, preußischer Staatsangehörigkeit, das humanistische Gymnasium meiner Vaterstadt, das ich Ostern 1907 mit dem Zeugnis der Reife verließ. In der Absicht, mich dem Studium der Elektrotechnik zuzuwenden, arbeitete ich darauf je ein halbes Jahr in den Werkstätten der Werkzeugmaschinenfabriken Ludw. Loewe in Berlin und Deutsche Nileswerke in Oberschöneweide bei Berlin. Da ich mich inzwischen entschlossen hatte, Physik zu studieren, bezog ich Ostern 1908 die Universität Marburg. Ein Jahr später siedelte ich nach Berlin über und wurde Ostern 1910 in Göttingen immatrikuliert. Meine Lehrer waren:

in Marburg: v. Dalwigk, Hensel, Richarz, F. A. Schulze, Zincke,
in Berlin: Blasius, Erdmann (a. d. techn. Hochschule), Fischer, Hahn, Hettner, Nernst, Planck, Schur, H. A. Schwarz,
in Göttingen: Bestelmeyer, Haar, Hilbert, v. Karman, Madelung, Michelson, C. Müller, Prandtl, Riecke, C. Runge, H. Th. Simon, Voigt, Wiechert.